

## СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭПР-ДОЗИМЕТРИИ

*Заляпин В.И., Шишкина Е.А., Fattibene P., Wieser A., Иванов Д.В.,  
Дегтева М.О.*

### STATISTICAL ANALYSIS OF THE EPR-MEASUREMENT RESULTS

*Zalyapin V.I., Shishkina E.A., Fattibene P., Wieser A., Ivanov D.V., Degteva M.O.*

Построена статистическая модель процедуры ЭПР измерений поглощенной дозы ионизирующего излучения в эмали зубов. На основании экспериментальных данных, независимо полученных в лабораториях Института физики металлов (Екатеринбург, Россия), Исследовательского центра Гельмгольца (Мюнхен, Германия) и Высшего института здравоохранения (Рим, Италия), построена калибровочная кривая, позволяющая пересчитывать амплитуды ЭПР сигнала в поглощенные дозы.

*Ключевые слова:* Ионизирующее излучение, ЭПР-измерения, регрессия, обратная регрессия

The statistical modeling of the EPR measurements of the absorbed ionizing dose in the teeth enamel was considered. The calibration curve to convert from EPR measurements to absorbed dose was build on the basis of the independent experimental data from IMP (Russia, Ekaterinburg), GMBH (Germany, Munich), ISS (Italy, Rome).

*Keywords:* Ionizing radiation, EPR spectroscopy, regression, inverse regression

### Введение

В кристаллах эмали зубов под действием ионизирующего излучения образуются стабильные радикалы  $\text{CO}_3^{2-}$ . Их количество пропорционально суммарной поглощенной энергии. Метод электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) детектирует количество радиационно-индукционных  $\text{CO}_3^{2-}$  по величине амплитуды резонансного сигнала. Удельная (нормированная на массу измеряемого образца) амплитуда ЭПР сигнала позволяет оценить величину, пропорциональную поглощенной в эмали дозе и накопленную в течение всей жизни донора ([1]). Суммарная накопленная доза в эмали формируется под действием всех типов облучения: а) внешнего, включающего влияние окружающей среды и медицинские обследования; б) внутреннего, обусловленного естественными радионуклидами внутри зубов; и в) облучения, связанного с радиационными инцидентами.

Ключевым моментом ЭПР дозиметрии является построение калибровочной кривой и оценка рассеяния относительно нее экспериментальных результатов. Идеальный ЭПР отклик (аппаратура с нулевым уровнем шума и 100% воспроизводимостью результата) на поглощенную дозу в идеальном образце (100% гидроксиапатит без включений органических соединений и ионов металлов) должен быть линейным. Однако реальные измерения содержат погрешности, искажающие ожидаемую картину.

С целью создания калибровочных кривых и оценки точности и сравнимости результатов, получаемых на основании различных ЭПР-дозиметрических методик, было предпринято межлабораторное сравнение, в котором участвовали три института: IMP – Институт Физики Металлов (Екатеринбург, Россия); GMBH – Исследовательский центр Гельмгольца (Мюнхен, Германия) и ISS – Высший Институт Здравоохранения (Рим, Италия). Три метода приготовления образцов тестировались последовательно каждой из лабораторий, использующей собственный метод измерений, отличающийся как аппаратурно, так и методом анализа спектров. Уникальность каждого метода приводит к тому, что аппаратурные измерения амплитуды ЭПР сигнала фиксируются в относительных единицах шкалы, характерной только для данного измерителя. Таким образом, существует необходимость в создании алгоритма, учитывающего уникальность каждого метода и при этом позволяющего сопоставлять результаты, получаемые разными исследовательскими группами. Целью данной работы было создание и верификация метода статистического оценивания зависимости ЭПР отклика на поглощенную дозу. Экспериментальный материал, полученный в рамках межлабораторного сравнения методов ЭПР дозиметрии, послужил основой для оценок дозовой зависимости ЭПР отклика.

## 1. Материалы и методы

Образцы зубов, использованные в эксперименте, были получены из стоматологических клиник, где они удалялись исключительно по медицинским показаниям. Доноры не проживали на радиационно-загрязненных территориях. Эмаль отделялась от дентина и каждая исследовательская группа – участник межлабораторного сравнения – химически обрабатывала эмаль согласно собственному протоколу подготовки образцов к ЭПР измерениям. Образцы предварительно индивидуально тестировались методом ЭПР дозиметрии, чтобы исключить возможные высокие дозы за счет случайных ошибок идентификации либо неучтенных медицинских облучений. Затем каждая лаборатория готовила смесь из эмали зубов, чтобы получить физическое приближение однородного образца. Следует отметить, что смешанные образцы ISS и IMP были приготовлены из зубов сельских жителей Уральского региона возрастом  $50 \pm 5$  (IMP) и  $65 \pm 12$  (ISS) лет. GMBH использовал зубы молодых египетских доноров (точный возраст не регистрировался, но характер спектра образцов, дополнительно не облучавшихся, свидетельствует о весьма слабой радиационной компоненте). Методика химического приготовления и ЭПР измерений подробно описана в работах [2, 3].

Смешанные образцы разбивались на порции приблизительно по 100 мг, и каждая лаборатория дооблучала свои образцы по схеме, представленной в табл.1.

Таблица 1.

Схема дооблучения образцов

Доза облучения, Гр	0	0,1	0,2	0,5	1,0	1,5
Кол-ство образцов	5	5	5	5	5	5

**Замечание 1.** Дозы облучения, приведенные в таблице, являются округленными. Реальные величины доз варьировались в пределах  $\pm 0,05$  Гр относительно указанных. В расчетах принимались во внимание точные величины.

**Замечание 2.** IMP измерил дополнительно 27 необлученных порций смешанного образца.

Каждая лаборатория выполняла ЭПР измерения, как на собственных, так и на образцах, приготовленных в двух других лабораториях. Подробно дизайн межлабораторного сравнения описан в [4].

## 2. Обозначения и допущения

Амплитуду измеряемого сигнала будем обозначать  $\eta$ , дозу ионизирующего облучения, поглощенную образцом –  $\xi$ .

Исходя из физики процесса ЭПР измерений, будем искать модель процесса в виде линейной по параметрам центрированной модели первого порядка по переменной  $\xi$ , взятой в виде:

$$\eta = \theta_1(\xi - \bar{\xi}) + \theta_2. \quad (1)$$

Положим  $Y = \{Y_i^{jk}\} = \{Y_p\}_{p=1,N}$  – вектор ЭПР измерений образцов,  $k = 1, 2, 3$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ,  $j = 1, 2, \dots, n_i$ , компоненты которого упорядочены в лексиграфическом порядке по индексам  $i, j, k$ . Здесь:

$k$  – идентификатор лаборатории, в которой проводились измерения,  $k = 1$  – институт физики металлов (IMP),  $k = 2$  – центр Гельмгольца (GMBH),  $k = 3$  – институт здравоохранения (ISS);

$i$  – номер дозового уровня пробы,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, I$ ,  $I = 33$  – номера доз исследуемых образцов в диапазоне от 0 и до 1500 mGy соответственно;

$j$  – порядковый номер пробы,  $n_k$  – количество проб, исследовавшихся в  $k$ -й лаборатории,  $n_1 = 112$ ,  $n_2 = 90$ ,  $n_3 = 90$ ,  $n_1 + n_2 + n_3 = N = 292$ ;

Пусть, далее,  $X = \{X_p\}$  – вектор дозовых уровней всех исследуемых проб, компоненты которого упорядочены также, как и компоненты вектора  $\{Y_p\}$ .

Модель измерений, которая предполагается аддитивной относительно ошибок, запишем в виде:

$$Y_p = \theta_1 \cdot (X_p - \bar{X}) + \theta_2 + \varepsilon_p. \quad (2)$$

Измерения предполагаются центрированными ( $M\varepsilon = 0$ ) и, вообще говоря, не равноточными, так что рассеяние ошибок описывается дисперсионной матрицей  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{V} = M\varepsilon\varepsilon^T = \sigma^2 \cdot \mathbf{Q}$ , где матрица  $\mathbf{Q}$  и параметр  $\sigma$  описывают особенности процедуры ЭПР измерений, в частности, относительную точность измерений.

Известно (например, [5]), что, положив  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^{\frac{1}{2}} \cdot (\mathbf{Q}^{\frac{1}{2}})^T$  и введя новые измерения по формуле  $Z = \mathbf{Q}^{-\frac{1}{2}} \cdot Y$ , модель (2) можно привести к модели, в которой модифицированные измерения  $\hat{Z}$  обладают свойством независимости и равноточности. При этом метод наименьших квадратов (МНК), дающий возможность получать наилучшие (с точки зрения точности) коэффициенты регрессионной зависимости в предположении независимости и равноточности измерений, переходит во взвешенный метод наименьших квадратов (ВМНК) для неравноточной модели (2) с зависимыми измерениями.

## 3. Шкалирование измерений

Как уже было отмечено выше, для реализации единого подхода к исследованию зависимости ЭПР амплитуд от уровней поглощенной дозы, необходимо привести все имеющиеся измерения к одной шкале. В настоящей работе мы использовали три способа объединяющего шкалирования – грубое масштабирование, масштабирование по диапазону и масштабирование по регрессии.

### 3.1. Грубое масштабирование

Анализ масштаба и диапазона ЭПР-измерений, проведенных в IMP и GMBH, позволяют в первом приближении считать, что измерения, полученные в упомянутых лабораториях, фиксировались в одной и той же шкале, в то время как шкала измерений в ISS отличалась от шкалы, используемой в IMP и GMBH, нормирующим множителем  $\kappa = 100$ , так что  $100 \cdot$

$Y_i^{j1} = 100 \cdot Y_i^{j2} = Y_i^{j3}$ . Соответствующим образом были пересчитаны показатели точности проведенных измерений, в качестве которых были взяты оценки среднеквадратичных отклонений повторных измерений образцов.

Полученные таким образом данные сохраняют все индивидуальные особенности ЭПР-измерений, присущие участвовавшим в эксперименте лабораториям. В дальнейшем мы будем измерения в этой шкале обозначать  $Y_{100}$ .

### 3.2. Масштабирование по диапазону

Масштабирование по диапазону представляет собой линейное преобразование измерений в соответствии с соотношением

$$\tilde{Y}_i^{jk} = \frac{Y_i^{jk} - \min_{i,j} Y_i^{jk}}{\max_{i,j} Y_i^{jk} - \min_{i,j} Y_i^{jk}}.$$

Поскольку структура интервальной шкалы не меняется при линейных преобразованиях, с помощью такого преобразования мы приходим к единой шкале измерений в различных лабораториях, сохранив при этом информацию об индивидуальных особенностях измерений в каждой из них.

Соответствующим образом модифицируются показатели точности проведенных измерений, в качестве которых, как и выше, брались оценки среднеквадратичных отклонений повторных измерений образцов.

В дальнейшем мы будем измерения в этой шкале обозначать  $Y_{\text{norm}}$ .

### 3.3. Масштабирование по регрессии

Масштабирование по регрессии представляет собой процедуру переноса значений одной монотонной функции на другую с помощью сравнения их величин при одном и том же значении независимой переменной. Предполагается, что сравниваемые функции имеют тождественный диапазон изменения независимой переменной.

Подробнее, пусть  $x \in [a; b]$  – независимая переменная,  $y = \varphi(x)$ ,  $\bar{y} = \psi(x)$  – пара монотонных функций, определенных на промежутке  $[a; b]$ . Имеет место очевидное тождество

$$\forall x_0 \in [a; b] : \quad x_0 = \varphi^{-1}(y(x_0)) = \psi^{-1}(\bar{y}(x_0)).$$

Процедура переноса представляет собой замену значений одной функции соответствующим по аргументу значением другой: если, например,  $\varphi_0 = \varphi(x_0)$ , то модифицированное значение этой функции дается равенством  $\varphi_0^{\text{mod}} = \psi(\varphi^{-1}(y(x_0)))$ .

С целью однородного шкалирования измерений, полученных в различных лабораториях, возьмем в качестве эталонной шкалирующей функции функцию  $y = x$ . В качестве функций, описывающих измерения, подлежащие шкалированию, были взяты линейные регрессионные зависимости амплитуд ЭПР-измерений, полученные для каждой лаборатории в отдельности:

$$Y_p^k = \theta_1^k X_p + \theta_2^k, \quad k = 1, 2, 3. \quad (3)$$

Таблица 2.

Регрессии  $Y_i^{jk} = \theta_1^k X_i + \theta_2^k, k = 1, 2, 3$

Лаборатория	$\theta_1$	$\theta_2$	$SE_{\theta_1}$	$SE_{\theta_2}$	R	$R^2$
IMP	$3,294 \cdot 10^{-3}$	0,6985	$6,45 \cdot 10^{-5}$	$3,9 \cdot 10^{-2}$	0,98	0,96
GMBH	$3,741 \cdot 10^{-3}$	0,179	$5,84 \cdot 10^{-5}$	$3,75 \cdot 10^{-2}$	0,99	0,98
ISS	$3,592 \cdot 10^{-1}$	53,781	$6,3 \cdot 10^{-3}$	4,54	0,988	0,975

В соответствии с вышеизложенным, процедура шкалирования дается соотношениями

$$Y_{\text{mod}}^k = \frac{Y^k - \theta_2^k}{\theta_1^k}, \quad k = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Как и выше, соответствующим проделанному преобразованию образом модифицируются и показатели точности преобразованных ЭПР-измерений.

Использованные в процедуре масштабирования линейные зависимости (3) были получены ВМНК, веса которого оценивались методом наибольшего правдоподобия. Результаты приведены в табл. 2, где  $R$  – множественный коэффициент корреляции,  $R^2$  – коэффициент детерминации,  $SE_\theta$  – стандартная ошибка соответствующего коэффициента регрессии.

### 3.4. Анализ шкалированных статистик

Все три использованных способа объединяющего шкалирования дали достаточно близкие результаты – полученные выборки хорошо коррелируют друг с другом, как показывает табл. 3.

Таблица 3.

Корреляции шкалированных измерений

	$Y_{100}$	$Y_{\text{norm}}$	$Y_{\text{mod}}$
$Y_{100}$	1	0,993	0,996
$Y_{\text{norm}}$	0,993	1	0,991
$Y_{\text{mod}}$	0,996	0,991	1

Полученные взвешенным методом наименьших квадратов регрессионные зависимости шкалированных переменных представлены в табл. 4. Веса для ВМНК оценивались методом максимального правдоподобия и во всех случаях оказались пропорциональными  $\frac{1}{\sqrt{std}}$ , где  $std$  – модифицированные оценки точности измерений, в качестве которых, как и выше, брались оценки среднеквадратичных отклонений повторных измерений образцов.

Для удобства сравнения, нижеприведенные регрессии нормированы на диапазон  $[0; 1]$  –  $0 \leq \tilde{Y} \leq 1$ . Как и выше  $R$  – множественный коэффициент корреляции,  $R^2$  – коэффициент детерминации,  $SE_\theta$  – стандартная ошибка соответствующего коэффициента регрессии.

Таблица 4.

Регрессии шкалированных переменных  $Y = \theta_1(X - \bar{X}) + \theta_2$

Переменная	$\theta_1$	$\theta_2$	$SE_{\theta_1}$	$SE_{\theta_2}$	R	$R^2$
$\tilde{Y}_{100}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$	0,254	$5,26 \cdot 10^{-6}$	$2,73 \cdot 10^{-3}$	0,981	0,962
$\tilde{Y}_{\text{norm}}$	$5,15 \cdot 10^{-4}$	0,270	$6,8 \cdot 10^{-6}$	$3,53 \cdot 10^{-3}$	0,976	0,953
$\tilde{Y}_{\text{mod}}$	$4,87 \cdot 10^{-4}$	0,268	$5,12 \cdot 10^{-6}$	$2,65 \cdot 10^{-3}$	0,985	0,970

Центрирование линий регрессии осуществлялось взвешиванием дозовых уровней с помощью весов  $w_i$ , оцененных для реализации ВМНК методом максимального правдоподобия –

$$\bar{X} = \frac{1}{\sum_i w_i} \sum_j X_j \cdot w_j.$$

Подобное центрирование, как известно (например [5]), обеспечивает статистическую независимость коэффициентов регрессии, полученных ВМНК.

#### 4. Калибровочная линия

Для дальнейшего анализа и построения калибровочной линии, связывающей ЭПР-измерения и дозовые уровни, была выбрана регрессия, построенная по данным, полученным шкалированием исходных переменных по регрессии, как наиболее значимая и обладающая наилучшими точностными и надежностными характеристиками в сравнении с регрессиями, полученными грубым масштабированием и масштабированием по диапазону.

Ее уравнение в масштабе шкалированных данных имеет вид

$$Y_{\text{mod}} = 0,999 \cdot (X - \bar{X}) + 429,012, \quad (5)$$

где  $X$  – поглощенная образцом доза,  $Y_{\text{mod}}$  – модифицированный ЭПР-отклик на дозу  $X$ , полученный в соответствии с соотношением (4),  $\bar{X} = 425,9375$  – взвешенное среднее поглощенных доз. Дисперсионные характеристики модели представлены в табл. 5.

Таблица 5.

Дисперсионный анализ регрессии  $Y_{\text{mod}}$

Источник	Сумма квадр.	Степени св.	Средний квадр.	F отн.	Значимость
Модель	$1,042 \cdot 10^7$	1	$1,042 \cdot 10^7$	9063,06	0,000
Остатки	$3,28 \cdot 10^5$	285	1149,46		
Адекв.	56693,1	31	1828,81	1,71	0,0134

95%-доверительные интервалы для коэффициентов регрессии даются неравенствами, соответственно

$$0,978 \leq \theta_1 \leq 1,020, \quad 418,37 \leq \theta_2 \leq 439,02.$$

Угловой коэффициент  $\theta_1$  регрессии (5) можно считать равным 1 – гипотеза  $H_0 : \theta_1 = 1$  против альтернативы  $H : \theta_1 \neq 1$  согласуется с имеющимися данными с надежностью не худшей, чем 90% (уровень значимости  $p \leq 0,01$ ). В то же время свободный член  $\theta_2$  можно признать равным  $\bar{X}$ . Соответствующая гипотеза согласуется с имеющимися данными на уровне значимости  $p \leq 0,01$ .

Как следует из вышеизложенного, в качестве калибровочной кривой может быть использована модель ЭПР-измерений, представленная в виде

$$Y_{\text{mod}} = X, \quad (6)$$

где, напомним,  $X$  – уровень поглощенной образцом дозы (в mGy),  $Y_{\text{mod}}$  – модифицированная амплитуда соответствующего ЭПР-отклика, подсчитанная в соответствии с (4).

Результаты теста на адекватность модели (5) – (6), основанного на сравнении изменчивости модели с изменчивостью исходных данных, отражен в последней строке табл. 5. Следует признать гипотезу об адекватности линейной формы представления зависимости модифицированных ЭПР-измерений от поглощенных доз согласующейся на 95% доверительном уровне с экспериментальными данными.

Отметим, что процедура пересчета по формулам (4) требует определенной осторожности, в связи с имеющим место рассеянием коэффициентов  $\theta_i^k$ ,  $i = 1, 2$ ,  $k = 1, 2, 3$  используемой линейной регрессии, вносящим дополнительную неопределенность в анализируемые данные. Грубая оценка соотношений (4) показывает, что шкалированные переменные будут, в первом приближении, лежать в пределах, определяемых неравенством

$$Y_0^{\text{mod}}(1 - \delta) \leq Y_{\text{mod}} \leq Y_0^{\text{mod}}(1 + \delta), \quad Y_0^{\text{mod}} = \frac{Y - \theta_2}{\theta_1},$$

где величина  $\delta$  характеризует возможные вариации углового коэффициента регрессии. Значения параметра  $\delta$  для различных лабораторий приведены в табл. 6.

Таблица 6.

Параметры рассеяния углового коэффициента регрессии

Лаб	IMP	GMBH	ISS
$\delta$	$4 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$3,5 \cdot 10^{-2}$

Видно, что вариации исходных данных, связанные с процедурой шкалирования, для всех лабораторий не превышают 4%. Следует заметить, что разное качество приготовления образцов влияет на вариацию углового коэффициента регрессии. Параметры рассеяния, приведенные в табл. 6 для лабораторий-измерителей, оцененные на основе всех измерений, могут рассматриваться как мажорирующая оценка.

На фоне естественной изменчивости данных, принимающей для различных лабораторий значения от, примерно, 15% и до 19%, вариацией исходных данных, связанной с процедурой шкалирования, можно в дальнейшем пренебречь.

Важным показателем качества представления данных зависимостью (5) – (6) является доля выбросов исходных данных, по которым оценивались коэффициенты регрессии. В нашем случае выбросы составляют около 2,5%, в абсолютном исчислении 7 точек. Из них за пределами 95% доверительных границ для линии регрессии находится всего одна точка (в табл. 7 выделена полужирным шрифтом).

Таблица 7.

Выбросы модели (5)

Лаб., ЭПР	Лаб., образцы	Доза	$Y_{mod}$	Модель	Отклонение	Норм. откл
IMP	IMP	1004	1387,83	1006,5	381,328	2,51
IMP	GMBH	1500	1726,83	1502,0	224,823	2,57
IMP	ISS	99,26	-85,2548	102,66	-187,915	-2,93
IMP	ISS	1501	1123,6	1503,25	-379,654	-2,70
GMBH	IMP	498	290,502	501,003	-210,501	-2,54
<b>GMBH</b>	<b>IMP</b>	<b>1519</b>	<b>2051,8</b>	<b>1520,98</b>	<b>530,811</b>	<b>4,36</b>
ISS	IMP	1004	1200,24	1006,5	193,741	2,87

В первой колонке указана лаборатория, в которой производились измерения, во второй – место изготовления образцов. В последней колонке представлен коэффициент стьюдентизированного отклонения, показывающий, во сколько раз отклонение модифицированного экспериментального измерения от модельного значения превышает стандартное.

Исключение выбросов из анализа, как показывают расчеты, приводит к статистически незначимому изменению коэффициентов модели (5) и не меняют гипотетических параметров модели (6).

За основу дальнейших рассмотрений возьмем калибровочную линию (6).

## 5. Обращение регрессионной зависимости (6)

С точки зрения калибровки ЭПР-измерений, значительный интерес представляет решение обратной задачи – восстановления измеряемой поглощенной дозы по наблюденному значению ЭПР-измерения.

Пусть получены  $k$  равноточных ЭПР-измерений  $y_i, i = 1, 2 \dots k$ , модифицированных в соответствии с правилом (4) и отвечающих одному и тому же значению  $x$ . Легко видеть,

что точечной оценкой  $x^*$  истинного значения  $x$  измеряемой поглощенной дозы служит, в соответствии с моделью (6), величина  $x^* = \bar{Y}_{\text{mod}}$ , где  $\bar{Y}_{\text{mod}}$  – взвешенное среднее измерений  $y_i$ . Задача обращения калибровочной линии (6) состоит в нахождении  $\kappa \cdot 100\%$  доверительных границ для  $x$  при известном значении  $x^* = \bar{Y}_{\text{mod}}$ .

Если  $Y_{\text{mod}}^-(x)$ ,  $Y_{\text{mod}}^+(x)$  – соответственно нижняя и верхняя доверительные границы для  $Y_{\text{mod}}(x)$ , так, что с надежностью  $\kappa$  выполняется

$$Y_{\text{mod}}^-(x) \leq Y_{\text{mod}}(x) \leq Y_{\text{mod}}^+(x),$$

то доверительные границы для  $x$  легко могут быть найдены из уравнений

$$x^- : Y_{\text{mod}}^-(x) = Y_{\text{mod}}(x), \quad x^+ : Y_{\text{mod}}^+(x) = Y_{\text{mod}}(x).$$

Границы  $Y_{\text{mod}}^-(x)$ ,  $Y_{\text{mod}}^+(x)$  даются соотношениями

$$Y_{\text{mod}}^\pm(x) = x \pm t_\kappa \cdot \sqrt{(x - \bar{x})^2 s_{\theta_1}^2 + s_{\theta_2}^2 + \frac{s^2}{k}}.$$

Для наших данных  $s^2 = 1149,5$  – оценка параметра  $\sigma^2$ ,  $s_{\theta_1}^2 = 1,2 \cdot 10^{-3}$ ,  $s_{\theta_2}^2 = 29,27$  – оценки дисперсий коэффициентов регрессии  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $t_\kappa$  –  $\kappa \cdot 100\%$  коэффициент Стьюдента,  $k = 3$  – количество повторных измерений.

Например, для  $t_\kappa = 2$  для нахождения границ  $x^-$ ,  $x^+$  получаем уравнение

$$x^\pm = \frac{\bar{Y}_{\text{mod}} - 1 \pm \sqrt{0,002\bar{Y}_{\text{mod}}^2 - 2,045\bar{Y}_{\text{mod}} + 630}}{0,998}.$$

Полученные соотношения были использованы для пробного детектирования поглощенных образцами доз. Для исследования были взяты результаты так называемого «слепого» теста, когда каждая из лабораторий измеряла образцы с неизвестной измерителю поглощенной дозой.

Результаты детектирования представлены в табл. 8. Предварительный анализ этих результатов показывает, что, как и следовало ожидать, надежность и точность детектирования возрастает с ростом детектируемой дозы.

Таблица 8.

Результаты пробного детектирования

Измер.	Изготов.	Доза	ЭПР	$Y_{\text{mod}}$	$x^-$	$x^+$
GMBH	GMBH	0	0,1547	-6,4997	-31,9154	18,9160
GMBH	GMBH	0	0,1715	-2,0011	-27,2329	23,2308
GMBH	GMBH	0	0,2427	17,0294	-7,4276	41,4864
GMBH	GMBH	120	0,6147	116,4605	95,9509	136,9702
GMBH	GMBH	460	1,8380	443,4660	432,6538	454,2782
GMBH	IMP	680	2,4432	605,2355	594,0367	616,4344
GMBH	GMBH	1300	5,4333	1404,5131	1363,1619	1445,8642
GMBH	IMP	1500	5,3039	1369,9354	1330,0822	1409,7887

Окончание табл. 8.

Измер.	Изготов.	Доза	ЭПР	$Y_{mod}$	$x^-$	$x^+$
ISS	GMBH	0	83,9	83,8502	62,0676	105,6329
ISS	IMP	0	37,5	-45,3257	-72,3389	-18,3125
ISS	GMBH	0	80,6	74,6631	52,5177	96,8086
ISS	GMBH	0	66,3	34,8525	11,1162	58,5887
ISS	GMBH	120	131,5	216,3669	199,5655	233,1683
ISS	IMP	150	86,8	91,9237	70,4585	113,3890
ISS	IMP	350	197,5	400,1086	388,5985	411,6187
ISS	GMBH	460	246,1	535,4092	524,9762	545,8423
ISS	IMP	680	312,7	720,8213	706,8259	734,8166
ISS	GMBH	1300	535,6	1341,3669	1302,7484	1379,9855
ISS	IMP	1500	530,1	1326,0551	1288,0970	1364,0132
IMP	GMBH	0	0,5441	-46,8900	-73,9680	-19,8120
IMP	GMBH	0	0,4083	-88,0844	-116,8761	-59,2927
IMP	GMBH	0	0,7311	9,8996	-14,8471	34,6463
IMP	GMBH	120	0,8501	46,0123	22,7248	69,2998
IMP	IMP	350	1,8655	354,2895	341,7536	366,8255
IMP	GMBH	460	2,0594	413,1579	401,8885	424,4273
IMP	GMBH	1300	5,1151	1340,7855	1302,1920	1379,3791

Работа выполнена при поддержке Евросоюза, в рамках интегрированного проекта SOUL (Southern Urals Radiation Risk Research), контракт FP6-516478

## Литература

- Ikeya, M. ESR dosimetry for atomic bomb survivors using shell buttons and tooth enamel / Ikeya M., Miyajima J., Okajima S // Japanese J. of Applied Physics. – 1984. – V. 23. – P. 697 – 699.
- ISS protocol for EPR tooth dosimetry / Onori S., Aragno D., Fattibene P., Petetti E. and Pressello M. C. // Radiation Measurements. – 2000. – V. 32, Issue 5 – 6. – P. 787 – 792.
- Shishkina, E.A. Issues in the validation of external dose: background and internal dose components of cumulative dose estimated using the electron paramagnetic resonance (EPR) method. Final Report for Milestone 7, Part 1. / E.A. Shishkina, V.A. Shved, M.O. Degteva, E.I. Tolstykh, D.V. Ivanov, S.N. Bayankin, A. Wieser, H.Y. Goksu, N.A. El-Faramawy, N. Semiochkina, P. Jacob, L.R. Anspaugh and B.A. Napier. – Chelyabinsk and Salt Lake City: Urals Research Center for Radiation Medicine and University of Utah; September 2003.
- Assessment of performance parameters for EPR dosimetry with tooth enamel / Wieser A., Fattibene P., Shishkina E.A., Ivanov D.V., De Coste V., Gettler A., Onori S. // Radiation Measurements. – 2008. – V. 43, Issues 2 – 6. – P. 731 – 736.
- Дрейпер, Н. Прикладной регрессионный анализ. Т.1 / Н. Дрейпер, Г. Смит. – Москва: ФиС, 1986.

Кафедра математического анализа,  
Южно-Уральский государственный университет  
vzal@susu.ac.ru

Поступила в редакцию 24 сентября 2008 г.