

ДИНАМИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БЛОХОВСКИХ ДОМЕННЫХ ГРАНИЦ В ДВУМЕРНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИГМА-МОДЕЛИ

Ф.Ш. Шокиров

Физико-технический институт им. С.У. Умарова АН РТ, г. Душанбе,
Республика Таджикистан

Проведено численное моделирование процессов взаимодействия 180-градусных доменных границ блоховского типа в фазовом пространстве (2+1)-мерной суперсимметричной $O(3)$ нелинейной сигма-модели. Метод проведения численных расчетов основан на специальном применении свойств стереографической проекции, где проецированием изосферы на комплексную плоскость устраняется проблема бесконечно больших величин, возникающих в обычной проекции. Таким образом осуществляется необходимая для численного подхода параметризация исследуемой модели в комплексном виде, в которой преодолена сингулярность, возникающая на полюсах изосферы. Использована трехслойная разностная схема второго порядка точности по времени и по координате на пятиточечном шаблоне с весами явного типа. Предложен комплексный программный модуль, реализующий алгоритм численного расчета пространственно-временных топологических структур в трехмерных решетках. Получены модели лобовых столкновений, где в зависимости от динамических параметров наблюдаются процессы образования связанных (бионных) состояний доменных границ, дальнедействующих моделей, прохождения доменных границ магнитных доменов друг сквозь друга, а также формирования радиально-симметричных осциллирующих солитонов.

Ключевые слова: численное моделирование; взаимодействие доменных границ; нелинейная сигма-модель; изотопическое пространство.

Введение

Исследование динамики доменных границ (ДГ) магнитоупорядоченных веществ является актуальной задачей, как с прикладной точки зрения в разработке высокотехнологичных устройств, так и для развития фундаментальных исследований теории магнетизма [1–3]. Теоретические исследования динамики взаимодействующих ДГ в магнитных наноструктурах весьма затруднительны и в данном случае, наиболее эффективным инструментом является численное моделирование. При определенных толщинах тонких пленок энергетически выгодными являются ДГ нееловского типа, где при переходе между доменами вектор намагниченности остается параллельным плоскости поверхности кристалла [3, 4]. Численное исследование динамики взаимодействия нееловских ДГ проведено, в частности, в работе [4] в рамках (2+1)-мерной анизотропной $O(3)$ нелинейной сигма-модели (НСМ), где получены дальнедействующие ДГ, а также (бионные) модели связанных состояний ДГ.

В настоящей работе приведены результаты численных исследований процессов взаимодействия ДГ блоховского типа, являющиеся энергетически наиболее выгодными в безграничных средах. Плотность функции Лагранжа и гамильтониан исследуемой сигма-модели в стандартной (изоспиновой) параметризации можно записать в следующем виде [5]:

$$L = g[\partial_\mu s_a \partial^\mu s_a + (s_3^2 - 1)], \quad (1)$$

$$H = g[(\partial_0 s_a)^2 + (\partial_k s_a)^2 + (1 - s_3^2)], \quad (2)$$

$$g = 1/2; \quad a = 1, 2, 3; \quad k = 1, 2; \quad \mu = 0, 1, 2; \quad s_a s_a - 1 = 0.$$

Заметим, что $O(3)$ НСМ (n -поле, АЗ-поле) в специальной параметризации (2θ)

$$2\partial_\mu \partial^\mu \theta + \sin(2\theta)(1 - \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi) = 0, \quad (3)$$

$$2 \cos \theta \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \sin \theta \partial_\mu \partial^\mu \phi = 0$$

меридианного сечения $\phi(x, y, t) = 0$ (рис. 1 а) изотопического пространства блоховской сферы

$$S^2 = SU(2)/U(1) = SO(3)/SO(2) \quad (4)$$

сводится [4, 5] к вполне интегрируемому уравнению синус-Гордона (УСГ) следующего вида:

$$2\Box\theta + \sin(2\theta) = 0, \quad (5)$$

где \Box – оператор Даламбера. В выражениях (3) и (5) переменные $\theta(x, y, t) = 0$ и $\phi(x, y, t) = 0$ описывают эйлеровы углы, связанные с изоспиновыми параметрами НСМ (единичным изовектором $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ АЗ-поля) следующим образом:

$$\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3) = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta), \quad (6.1)$$

$$z = x + iy = \frac{s_1 + is_2}{1 \pm s_3} = e^{i\phi} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}. \quad (6.2)$$

Для численной схемы применен алгоритм, разработанный в работе [6], где использованы свойства стереографической проекции: точки верхней полусферы ($s_3 > 0$) проецируются на касательную комплексную плоскость, проходящую через «северный полюс» точки нижней полусферы ($s_3 < 0$) проецируются на касательную плоскость, проходящую через «южный полюс» блоховской сферы S^2 (4). В точках «экватора» ($s_3 = 0$) специальным образом производится «прошивка» решения, и, таким образом, осуществляется взаимно-однозначная проекция (компактификация $S^2 - R_{comp}^2$) всех точек комплексной плоскости $z(x, y)$ (6.2) на сферу S^2 (см. также [5]). Использована трехслойная разностная схема второго порядка точности $O(\tau^2 + h^2)$ на пятиточечном шаблоне с весами явного типа [7]. Аппроксимация проведена на прямоугольной сетке (x, y) : $h_x(3e^{+3})$, $h_y(2e^{+3})$ трехмерной решетки (h_{xy}, t_τ) : $\tau_{\max}(5e^{+4})$. Устойчивость разностной схемы удовлетворяет требованиям для гиперболических систем уравнений $\tau \leq \min(h/|\Delta|_{\max})$ [8].

В качестве модельных функций использованы известные топологические решения УСГ (5) в виде ДГ

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = e^{B_1 \left(\frac{\omega}{k_1} x - \frac{\omega}{k_1} x_0 \right) + B_2 \left(\frac{\omega}{k_2} y - \frac{\omega}{k_2} y_0 \right)}, \quad (7)$$

$$\phi(x, y, t) = \varepsilon, \quad \varepsilon = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}.$$

На первом этапе в качестве тестовых задач получены модели стационарных и движущихся ДГ (7) блоховского типа УСГ (5) с одномерным распределением намагниченности. Для полученных решений УСГ (5), с учетом (3) и (5), добавлением специально подобранных возмущений $\phi(t_0) = \varepsilon - \omega\tau$ (рис. 1) [4, 5] построены аналогичные

решения для НСМ (1). На основе полученных динамических моделей во втором и третьем пунктах рассмотрены модели двухсолитонных взаимодействий. В частности, получены модели бийонных и далекодействующих взаимодействий ДГ, а также хорошо локализованных, осциллирующих (бризерных) солитонов. В заключительной части обсуждены основные результаты проведенных исследований и подведены итоги.

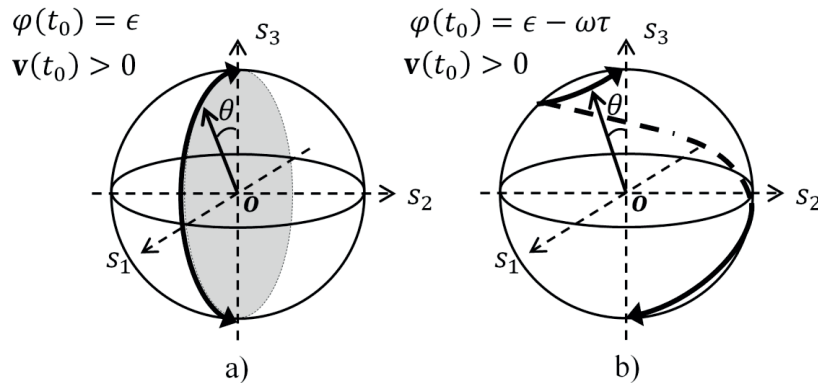


Рис. 1. Динамика $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ в изопространстве сферы $S^2(4)$: а) $\phi(0) = 0$; б) $\phi(0) > 0$

1. Стационарные и движущиеся доменные границы

В этой части работы приведем результаты численного моделирования стационарных и движущихся ДГ вида (7) блоховского типа с одномерным распределением намагниченности для УСГ (5) и НСМ (1). Соответствующим подбором параметров топологические решения вида (7) можно рассмотреть в более удобной для численного моделирования форме

$$\theta(x, y_0, t) = 2 \operatorname{tg}^{-1}(e^{f(x,t)}), \tag{8}$$

$$\phi(x, y_0, t) = \varepsilon - \omega\tau,$$

где угловые параметры $\theta(x, t)$ и $\phi(x, t)$ зависят только от первой пространственной переменной. Заметим, что решения (8) при $\varepsilon = 0, \pi$ и $\varepsilon = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ описывают соответственно динамику нееловских [4] и блоховских ДГ.

На рис. 2 а приведены результаты численного моделирования эволюции стационарного решения (8) в рамках УСГ (5) для $\phi = \frac{\pi}{2}$ ($\omega = 0$). В данном случае изоспиновая структура поля взаимодействующих ДГ описывается изовектором

$$\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3) = (1 + e^{2x})^{-1}(0, 2e^x, 1 - e^{2x}). \tag{9}$$

Полученная модель является абсолютно устойчивой: $\delta En \approx 10^{-6}$ (En , рис. 2 а). Для тестовых моделей, описанных на рис. 2 а, добавлением вращения ($\omega = 0, 5$; рис. 1 б) вектору АЗ-поля (6.1) изотопического пространства сферы $S^2(4)$ в следующем виде:

$$\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3) = (1 + e^{2x})^{-1}(2e^x \sin \frac{\tau}{2}, 2e^x \cos \frac{\tau}{2}, 1 - e^{2x}), \tag{10}$$

получены устойчивые ($\delta En \in (10^{-4}, 10^{-3})$) ДГ в рамках $O(3)$ НСМ (1) (рис. 2 б).

Заметим, что НСМ обладают свойством формальной лоренц-инвариантности, которое позволяет провести исследование динамики движущихся решений. На рис. 2 с, д

приведены результаты применения преобразований Лоренца для решений (8) при $\omega = 0$ и $\omega = 0,5$ соответственно. Интегралы энергии движущихся ДГ сохраняются с высокой точностью: $\delta En(\omega = 0) \approx 10^{-6}$; $\delta En(\omega = 0,5) \in (10^{-4}; 10^{-3})$.

На основе полученных стационарных и движущихся ДГ (8) УСГ (5) и НСМ (1) в следующих пунктах построены модели двухсолитонных взаимодействий с вариацией параметров начальных условий в следующем виде:

$$0 < v_1(t_0) = -v_2(t_0) \leq 1, \quad |\omega_{12}(t_0)| \leq 1, \quad \varepsilon = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}.$$

В отличие от эволюции ДГ УСГ (5), в рамках O(3) НСМ (1) наблюдается определенная диссипация интеграла энергии (En) стационарных (рис. 2 б) и движущихся (рис. 2 д) ДГ. В данном случае, вследствие введенных возмущений ($\omega \neq 0$) в динамику вектора A3-поля (6.1) происходит излучение лишней энергии в виде линейных волн возмущений, которые поглощаются специально установленными по периметру области моделирования граничными условиями [4–6].

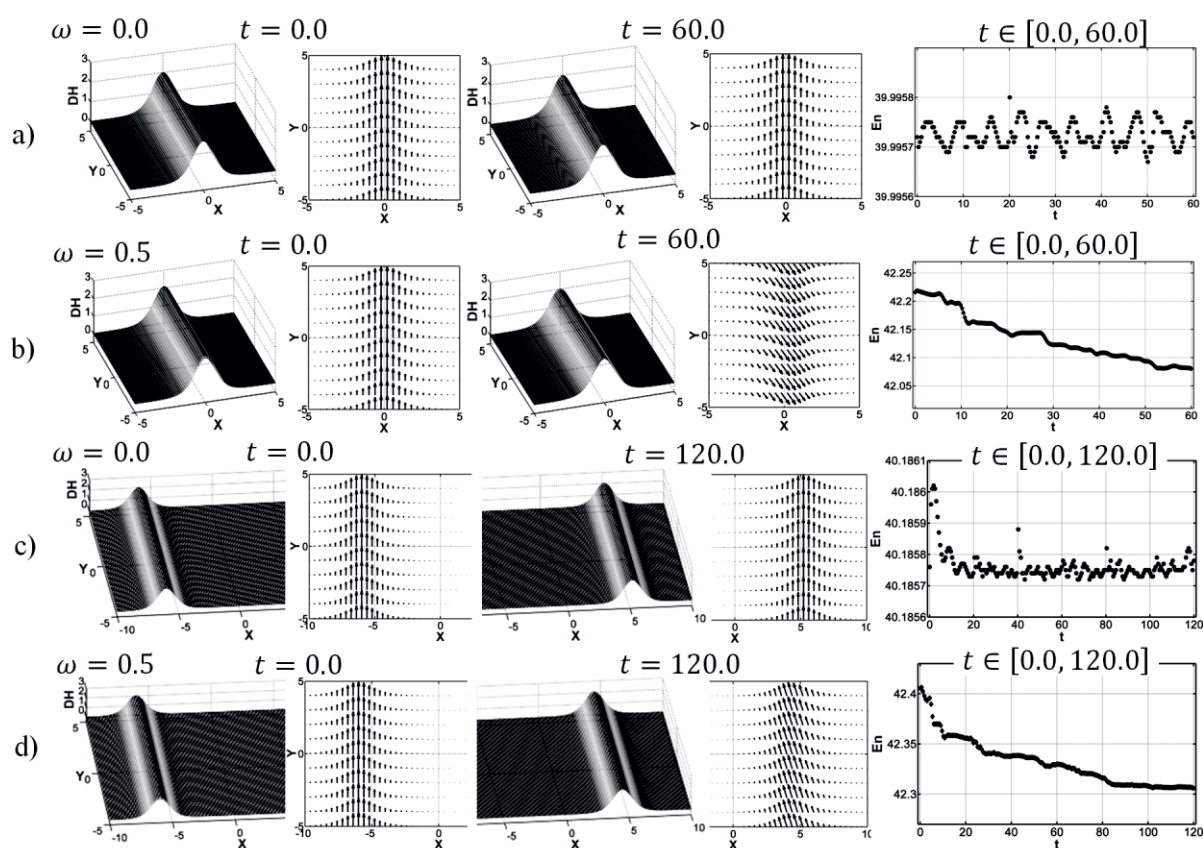


Рис. 2. Плотность энергии (DH) и проекция изовектора $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ на плоскость $z(x, y)$ (6.2) ДГ (8) УСГ (5) и НСМ (1) при $\phi = \pi/2 - \omega\tau$: а) $\omega = 0, v(t_0) = 0$; б) $\omega = 0,5, v(t_0) = 0$; в) $\omega = 0, v(t_0) \approx 0,0995$; д) $\omega = 0,5, v(t_0) \approx 0,0995$. Общее время моделирования $t \in [0; 120]$

2. Взаимодействие доменных границ уравнения синус-Гордона

В этой части работы рассмотрены модели лобовых столкновений ДГ вида (8) УСГ (5) ($\omega = 0$) при $\varepsilon = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$. На рис. 3 приведены результаты лобового (кинк-антикинк) столкновения ДГ (8), движущихся со скоростью $v(t_0) \approx \pm 0,0995$ при $\varepsilon_{12} = \frac{\pi}{2}$, где изоспиновая структура взаимодействующих полей при $t = 0$ имеет следующий вид:

$$\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3) = M(e^x)(f_1(e^x), f_2(e^x), f_3(e^x)), \quad (11)$$

$$M(e^x) = (1 + e^{2(x+x_0)})^{-1}(1 + e^{-2(x-x_0)})^{-1}, \quad f_1(e^x) = 0,$$

$$f_2(e^x) = 2(e^{x+x_0} + e^{-x+x_0})(1 - e^{2x_0}), \quad f_3(e^x) = (1 - e^{2x_0})^2 - (e^{x+x_0} + e^{-x+x_0})^2.$$

В этом случае лобовое взаимодействие ДГ приводит к синхронному изменению ориентации их изоспиновой структуры (рис. 3 а): $\phi_{12}(\frac{\pi}{2}) \rightarrow \phi_{12}(\frac{3\pi}{2})$. При этом ДГ свободно проходят друг сквозь друга (рис. 3 б). Интеграл энергии системы взаимодействующих ДГ сохраняется с высокой точностью: $\delta En(\omega = 0) \approx 10^{-6}$ (рис. 3 с). Очевидно, что аналогичные процессы наблюдаются для ДГ с $\phi_{12}(\frac{3\pi}{2})$, где топологические солитоны при взаимодействии свободно проходят друг сквозь друга с соответствующим изменением ориентации проекций изовектора \mathbf{S} : $\phi_{12}(\frac{3\pi}{2}) \rightarrow \phi_{12}(\frac{\pi}{2})$.

В следующем этапе были рассмотрены модели взаимодействия ДГ (8) аналогичные экспериментам, описанным на рис. 3, но с взаимно отличающимися ориентациями изоспиновой структуры (рис. 4 а). В этом случае, во всех экспериментах данной конфигурации наблюдается проявление дальнедействующих сил [4, 5]. На рис. 4 приведен один из примеров вышеуказанных экспериментов для случая $\phi_1(\frac{\pi}{2}) \rightarrow \leftarrow \phi_2(\frac{3\pi}{2})$, в котором ДГ меняют направление движения без явного взаимодействия (рис. 4 а, б). Интеграл энергии системы дальнедействующих ДГ сохраняется с высокой точностью: $\delta En(\omega = 0) \in (10^{-6}; 10^{-5})$ (рис. 4 с).

В следующей части настоящей работы рассмотрены аналогичные взаимодействия ДГ, но в рамках $O(3)$ НСМ (1), где в динамику изоспиновой структуры (6.1) ДГ добавлены специальным образом подобранные возмущения $-\omega \neq 0$ (см., например, рис. 1 б, 2 б, d).

3. Взаимодействие доменных границ в нелинейной сигма-модели

В этом пункте приведены результаты лобовых взаимодействий ДГ (8) при $\omega \neq 0$. Отметим, что все эксперименты данной серии приводят к двум формам эволюции системы взаимодействующих ДГ – образованию связанного состояния ДГ и формированию локализованных осциллирующих (бризерных) солитонов.

Результаты первой серии экспериментов показали, что при лобовом взаимодействии ДГ (8) обладающих одинаковыми значениями частоты вращения вектора АЗ-поля ($\omega_1 = \omega_2 \neq 0$), независимо от других параметров численной модели ($\phi_{12}(t_0), v_{12}(t_0)$) – наблюдается образование связанного (бионного) состояния. На рис. 5 приведен пример образования бионного состояния из двух взаимодействующих ДГ (8) при

$$\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3) = M(e^x)(f_1(e^x) \sin(\omega\tau), f_2(e^x) \cos(\omega\tau), f_3(e^x)), \quad (12)$$

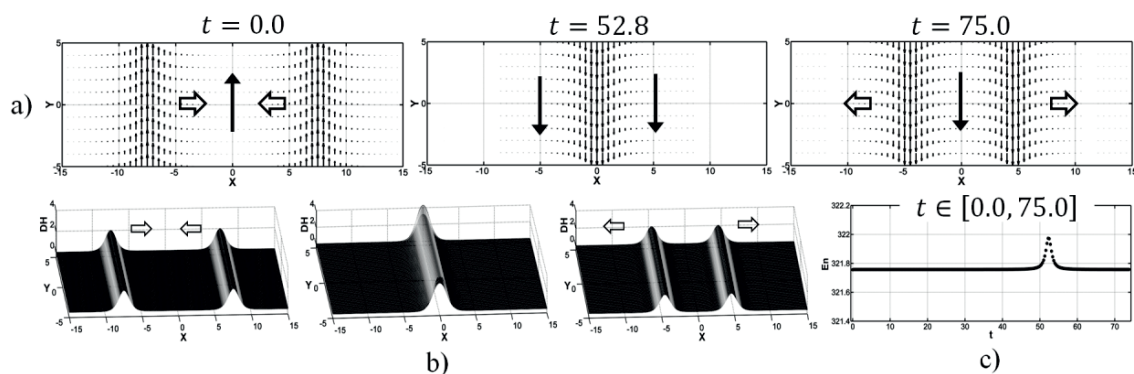


Рис. 3. Лобовое столкновение ДГ (8) УСГ (5) при $v_{12}(t_0) \approx \pm 0,0995$, $\phi_{12} = \pi/2$ ($\omega = 0$): а) проекция изовектора $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ на плоскость $z(x, y)$ (6.2); б) эволюция плотности энергии (DH); в) интеграл энергии (En). Общее время моделирования $t \in [0; 75]$

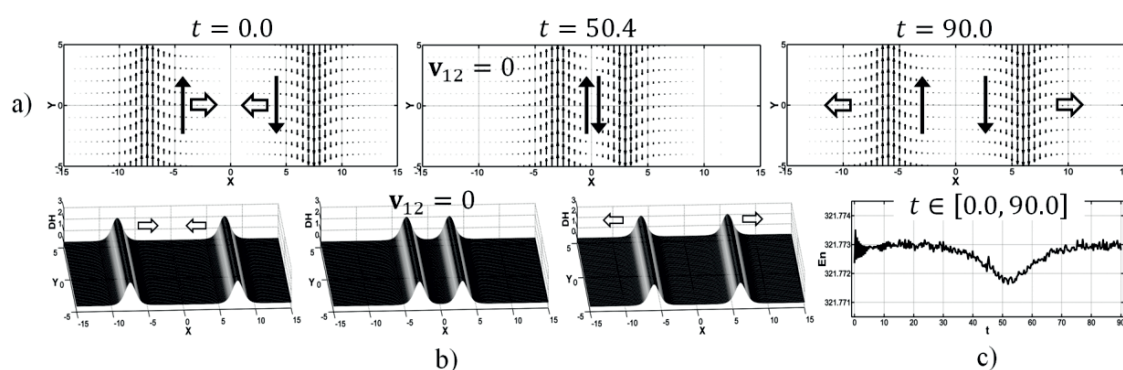


Рис. 4. Дальнедействующие ДГ (8) УСГ (5) при $v_{12}(t_0) \approx \pm 0,0995$, $\phi_1 = \pi/2$, $\phi_2 = 3\pi/2$ ($\omega = 0$): а) проекция изовектора $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ на плоскость $z(x, y)$ (6.2); б) эволюция плотности энергии (DH); в) интеграл энергии (En). Общее время моделирования $t \in [0; 90]$

$$\phi_{12} = \frac{3\pi}{2}, \quad v_{12}(t_0) \approx 0,0995, \quad \omega_1 = \omega_2 = 0,5,$$

где $f_1(e^x) = f_2(e^x)$; $M(e^x)$ и $f_i(e^x)$ ($i = 2, 3$) определены в (11).

На рис. 5 с, d приведены иллюстрации осциллирующей динамики плотности энергии (DH) бийонного поля в центральной точке (рис. 5 с), а также интеграл энергии (En) модели (рис. 5 d). Как видно из рис. 5 с период (P) осцилляций связанных ДГ при $t \approx 100$ приближается к постоянной величине (в данном случае: $P \approx 10$). Потеря энергии бийонной системы при $t \in [0; 175]$ составляет порядка 1,1%; интеграл энергии сохраняется с точностью $\delta En(\omega = -0,5) \in (10^{-3}; 10^{-2})$ (рис. 5 d).

Качественно новые результаты получены в следующей серии экспериментов, где при взаимодействии ДГ наблюдается формирование осциллирующих (бризерных) солитонов (см., например, рис. 6). Численные моделирования показали, что указанное свойство системы взаимодействующих ДГ (8) имеет место при одинаковых значениях углового параметра ε : $\varepsilon_1(t_0) = \varepsilon_2(t_0)$ и взаимно обратных значений частоты ω : $\omega_1 = -\omega_2$

$$\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3) = M(e^x)(\pm f_1(e^x) \sin(\omega\tau), f_2(e^x) \cos(\omega\tau), f_3(e^x)), \quad (13)$$

где $M(e^x)$ и $f_i(e^x)$ ($i = 1, 2, 3$) определены в (12).

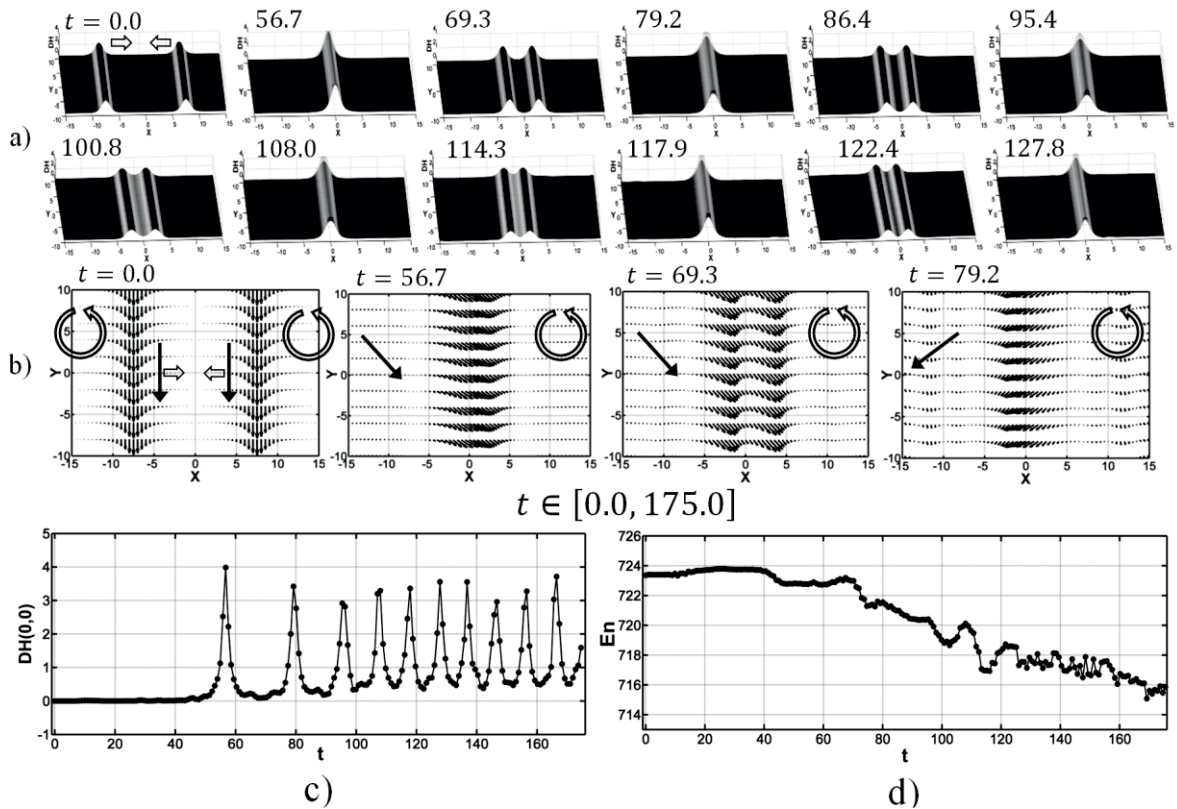


Рис. 5. Формирование связанного состояния взаимодействующих ДГ (8) $O(3)$ НСМ (1) при $v_{12}(t_0) \approx \pm 0,0995$, $\varepsilon_{12} = 3\pi/2$, $\omega_{12} = -0,5$: а) эволюция плотности энергии (DH); б) проекция изовектора $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ на плоскость $z(x, y)$ (6.2); в) эволюция $DH(0, 0)$; д) интеграл энергии (En). Общее время моделирования $t \in [0; 175]$

На рис. 6 а приведен пример образования единого бризерного поля при лобовом взаимодействии ДГ (8), отличающихся знаком частоты вращения вектора АЗ-поля ω : $\omega_{12} = \pm 0,5$ (рис. 6 б). При формировании осциллирующего поля (рис. 6 в) излучается лишняя энергия в виде линейных волн возмущений (рис. 6 а, при $t > 90$), существенная часть (рис. 6 д) которой поглощается специальными граничными условиями [4–6]. Тем не менее, часть излучаемой энергии, отражаясь от границ области моделирования $L[3002 \times 1001]$, оказывает существенное влияние на эволюцию сформированного бризера (рис. 6 а, при $t > 140$).

Для максимального устранения влияния излучаемых волн в следующей серии экспериментов площадь моделирования была увеличена вдвое – $L[3002 \times 2001]$. Но, в данном случае, увеличение площади пространственной сетки привело к неожиданным результатам, где при взаимодействии ДГ происходит формирование двух бризерных полей (см., например, рис. 7). В примере, приведенном на рис. 7 процесс взаимодействия ДГ можно разделить на два этапа – формирование связанного (бионного) состояния ДГ при $t \approx [0, 140]$ и формирование двух осциллирующих солитонов (бризеров) при $t > 140$.

Динамика проекций $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ на плоскость $z(x, y)$ (6.2) вышеописанной модели приведена на рис. 8 а. Как видно из данной иллюстрации, начальная ротационная динамика проекций изовектора $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ при взаимодействии ДГ ($\phi_{12} = \frac{\pi}{2} \pm \omega\tau$) пере-

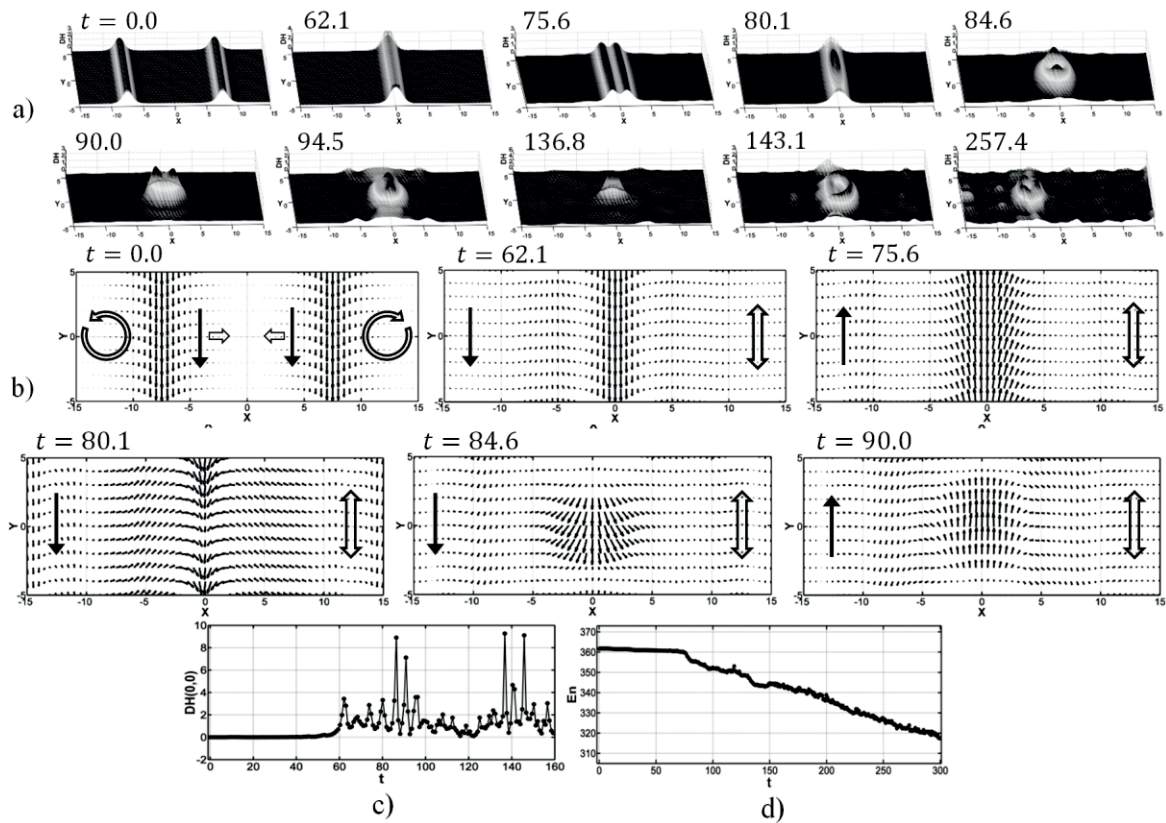


Рис. 6. Формирование осциллирующего состояния поля при взаимодействии ДГ (8) $O(3)$ НСМ (1) – $v_{12}(t_0) \approx \pm 0,0995$, $\varepsilon_{12} = 3\pi/2$, $\omega_{12} = \pm 0,5$: а) эволюция плотности энергии (DH); б) проекция изовектора $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ на плоскость $z(x, y)$ (6.2); в) эволюция $DH(0, 0)$; д) интеграл энергии (En). Общее время моделирования $t \in [0; 300]$

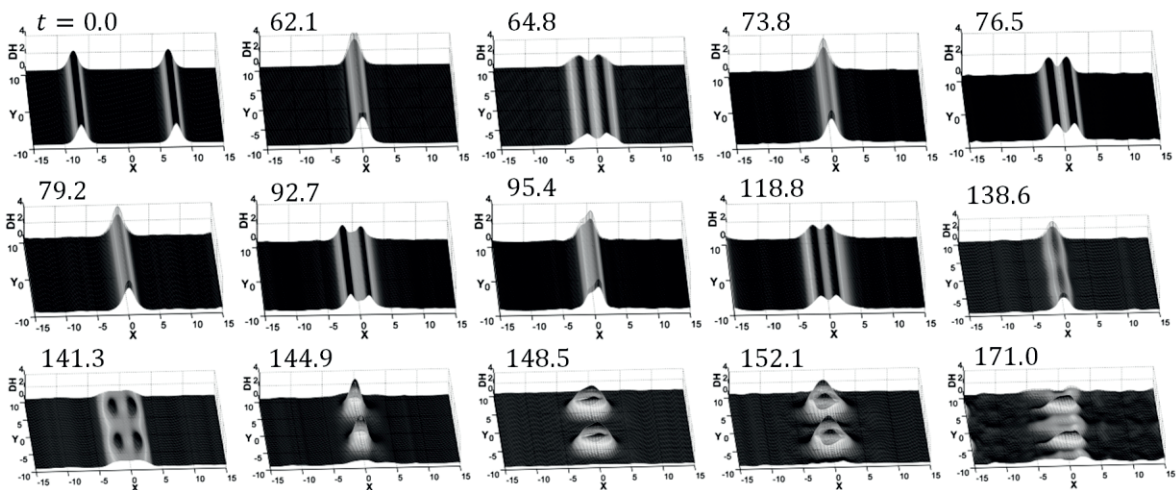


Рис. 7. Формирование двойного бризера при взаимодействии ДГ (8) $O(3)$ НСМ (1) – эволюция плотности энергии (DH): $v_{12}(t_0) \approx \pm 0,0995$, $\varepsilon_{12} = 3\pi/2$, $\omega_{12} = \pm 0,5$. Общее время моделирования $t \in [0; 175]$

ходит на осциллирующую динамику (рис. 8 а), $t \in [62, 1; 152, 1]$). На рис. 8 б приведена динамика центральной точки $DH(0, y_1)$ одного из сформированных осциллирующих солитонов (динамика $DH(0, y_2)$ абсолютно идентична $DH(0, y_1)$). Потеря энергии системы взаимодействующих ДГ при $t \in [62, 1; 152, 1]$ составила $\delta En(\omega = \pm 0, 5) \approx 9\%$ (рис. 8 с).

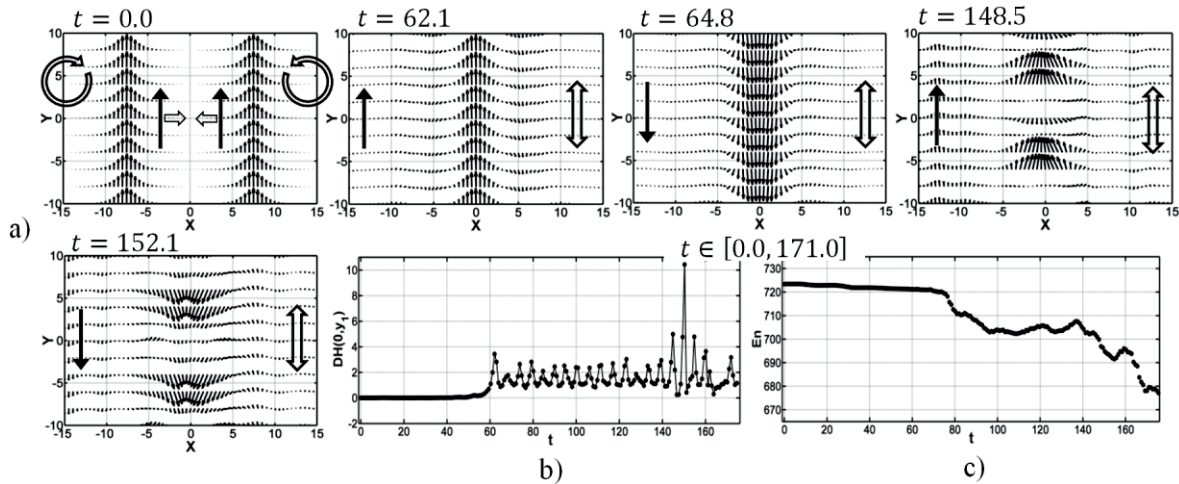


Рис. 8. Формирование двойного бризера при взаимодействии ДГ (8) $O(3)$ НСМ (1) – $v_{12}(t_0) \approx \pm 0, 0995$, $\varepsilon_{12} = \pi/2$, $\omega_{12} = \pm 0, 5$: а) проекция изовектора $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ на плоскость $z(x, y)$ (6.2); б) эволюция $DH(0, y_1)$; в) интеграл энергии (En). Общее время моделирования $t \in [0; 175]$

4. Обсуждение полученных результатов

Результаты группы экспериментов первой части работы показали, что блоховские ДГ (8) также устойчивы в рамках $O(3)$ НСМ (1) в стационарном (рис. 2 б) и движущимся (рис. 2 д) состояниях. По отношению к аналогичным известным решениям УСГ (рис. 2 а, с) при эволюции блоховских ДГ модели (1) наблюдаются незначительные потери энергии (не более 1, 0% для $t = 120$, $0 \leq \omega(t_0), v(t_0) \leq 1$).

На основе численных моделей, полученных в первой части работы, во втором и третьем частях построены модели лобовых взаимодействий ДГ. На первом этапе численная схема и разработанная компьютерная программа была апробирована на тестовых моделях, при моделировании взаимодействий ДГ УСГ (5) (см., например, рис. 3, 4). На основе разработанного метода [6] и предложенного комплекса программ в третьей части работы проведены эксперименты по исследованию взаимодействия ДГ модели (1). В данном случае в динамику изоспиновой структуры ДГ (8) вводится возмущение в виде вращения изовектора $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ в пространстве блоховской сферы S^2 (4) (см., например, рис. 5–8). Результаты, полученные в предыдущих экспериментах с ДГ (8) УСГ (5) можно разделить на три группы – ДГ проходящие друг сквозь друга (рис. 3), дальнедействующие ДГ (4) и связанные состояния дальнедействующих ДГ. Эксперименты четвертой части работы, проведенные в рамках $O(3)$ НСМ (1) выявили следующие свойства взаимодействующих ДГ (8):

- а) $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $\omega_1 = \omega_2$ – формирование связанного состояния ДГ;

- b) $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $\omega_1 = -\omega_2$ – формирование связанного состояния ДГ с переходом в радиально-симметричные осциллирующие (бризерные) состояния;
- с) $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$, $\omega_1 = -\omega_2$ – проявление дальнедействующих сил;
- d) прохождение ДГ друг сквозь друга не наблюдается.

Во втором случае (b) количество сформированных бризерных состояний, в некоторой степени зависит от размерности области моделирования $L(x, y)$ (рис. 6, 7).

Процессы формирования осциллирующего солитона вследствие взаимодействия ДГ в рамках (1+1)-мерной O(3) НСМ были определены также в работе [9]. В численных экспериментах указанной работы, при взаимодействии одномерных ДГ, обладающих дополнительной динамикой вращения вектора A3-поля, прохождения солитонов друг сквозь друга также не наблюдались. В настоящей работе осциллирующие солитоны, сформированные при взаимодействии ДГ обладают, в частности, характерной динамикой изоспиновой структуры. Заметим, что аналогичной динамикой изовектора $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ обладают бризерные решения O(3) НСМ, найденные в работе [10].

Процессы формирования осциллирующего солитона при взаимодействии доменных границ, обнаруженные в настоящей работе численными моделированиями, были теоретически рассмотрены, в том числе в работах [11, 12].

Заключение

Реальную динамику солитонных решений, где проявляются их особые частицеподобные свойства можно выявить исследованием процессов их взаимодействия. Статические свойства солитонных решений в большинстве случаев поддаются аналитическому исследованию, но процессы их взаимодействия удается исследовать лишь численными методами [13]. В настоящей работе построением численных эволюционных моделей фронтальных столкновений ДГ осуществлена попытка исследования динамики их взаимодействия в рамках суперсимметричной модели (1). Все солитонные решения O(3) НСМ (1), использованные при построении моделей, были получены численными методами, добавлением специально подобранных возмущений к известным решениям (2+1)-мерного УСГ (5) [4, 5].

Таким образом, в настоящей работе получены численные модели, описывающие эволюцию процессов фронтальных столкновений ДГ магнитных доменов в рамках (2+1)-мерной O(3) НСМ. В качестве тестовых задач для апробации алгоритма, численной схемы и компьютерных кодов получены модели стационарных, движущихся и взаимодействующих доменных границ (2+1)-мерного УСГ. Основные результаты настоящей работы приведены в третьей части, где описываются модели взаимодействия ДГ, проведенные в рамках O(3) НСМ. В частности, получены бийонные модели взаимодействующих ДГ, модели дальнедействующих ДГ, а также модели, описывающие процессы формирования радиально-симметричных бризерных солитонов. Предложен программный модуль, позволяющий провести комплексный анализ эволюции взаимодействующих решений O(3) НСМ теории поля, с учетом ее групповых особенностей в двумерном псевдоевклидовом пространстве.

Автор выражает благодарность профессору Х.Х. Муминову за полезные обсуждения и ценные замечания.

Литература

1. Барьяхтар, В.Г. Динамика доменных границ в слабых ферромагнетиках / В.Г. Барьяхтар, В.А. Иванов, М.В. Четкин // Успехи физических наук. – 1985. – Т. 146, № 3. – С. 417–458.
2. Волков, В.В. Динамика доменных стенок в ферромагнетиках / В.В. Волков, В.А. Бокков // Физика твердого тела. – 2008. – Т. 50, № 2. – С. 193–221.
3. Филиппов, Б.Н. Статические свойства и нелинейная динамика доменных границ с вихреподобной внутренней структурой в магнитных пленках (Обзор) / Б.Н. Филиппов // Физика низких температур. – 2002. – Т. 28, № 10. – С. 991–1032.
4. Муминов, Х.Х. Динамика взаимодействия доменных границ в $(2+1)$ -мерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели / Х.Х. Муминов, Ф.Ш. Шокиров // Известия АН РТ. – 2015. – Т. 161, № 4. – С. 57–64.
5. Муминов, Х.Х. Математическое моделирование нелинейных динамических систем квантовой теории поля / Х.Х. Муминов, Ф.Ш. Шокиров. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2017. – 375 с.
6. Муминов, Х.Х. Многомерные динамические топологические солитоны в нелинейной анизотропной сигма-модели / Х.Х. Муминов // Доклады академии наук РТ. – 2002. – Т. 45, № 10. – С. 28–36.
7. Самарский, А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1977.
8. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Мир, 1981.
9. Муминов, Х.Х. Взаимодействие динамических и топологических солитонов в 1D нелинейной сигма-модели / Х.Х. Муминов, Ф.Ш. Шокиров // Доклады академии наук РТ. – 2016. – Т. 59, № 3–4. – С. 120–126.
10. Шокиров, Ф.Ш. Математическое моделирование бризеров двумерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели / Ф.Ш. Шокиров // Математическое моделирование и численные методы. – 2016. – Т. 12, № 4. – С. 3–16.
11. Белова, Т.И. Солитоны и их взаимодействия в классической теории поля / Т.И. Белова, А.Е. Кудрявцев // Успехи физических наук. – 1997. – Т. 167, № 4. – С. 377–406.
12. Gervais, J.L. Perturbation Expansion Around Extended-Particle States in Quantum Field Theory / J.L. Gervais, A. Jevicki, B. Sakita // Physical Review D. – 1975. – V. 12, № 4. – P. 1038–1051.
13. Маханьков, В.Г. Солитоны и численный эксперимент / В.Г. Маханьков // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – 1983. – Т. 14, № 1. – С. 123–180.

Фарход Шамсидинович Шокиров, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, отдел «Наноматериалы и нанотехнологии», Физико-технический институт им. С.У. Умарова АН РТ (г. Душанбе, Республика Таджикистан), farhod0475@gmail.com.

Поступила в редакцию 25 сентября 2017 г.

**DYNAMICS OF INTERACTION OF BLOCH TYPE DOMAIN WALLS
IN A TWO-DIMENSIONAL NONLINEAR SIGMA MODEL*****F.Sh. Shokirov***

S.U. Umarov Physical-Technical Institute of AS RT, Dushanbe, Tajikistan

E-mail: farhod0475@gmail.com

Numerical simulation of the interaction of 180-degree Bloch-type domain walls in the phase space of the (2+1)-dimensional supersymmetric $O(3)$ nonlinear sigma model is carried out. The method of numerical calculations is based on the special application of the properties of stereographic projection, where the projection of the isosphere onto the complex plane eliminates the problem of infinitely large quantities arising in the ordinary projection. Thus, the parametrization of the model under study in a complex form, necessary for the numerical approach, is realized, in which the singularity arising at the poles of the isosphere is overcome. A three-layer explicit difference scheme of the second order of accuracy with respect to time and coordinate on a five-point template is used. A complex programme module is proposed that implements the algorithm for the numerical calculation of space-time topological structures in three-dimensional lattices. The models of frontal collisions are obtained, where, depending on the dynamic parameters, processes of formation of bound (bion) states of domain walls, long-range models, passage of domain walls of magnetic domains through each other, as well as the formations of radially symmetric breathers are observed.

Keywords: numerical simulation; interaction of domain walls; nonlinear sigma model; isotopic space.

References

1. Bar'yakhtar V.G., Ivanov B.A., Chetkin M.V. Dynamics of Domain Walls in Weak Ferromagnets. *Physics–Uspekhi*, 1985, vol. 28, no. 7, pp. 563–588. DOI: 10.1070/PU1985v028n07ABEH003871.
2. Volkov V.V., Bokov V.A. Domain Wall Dynamics in Ferromagnets. *Physics of the Solid State*, 2008, vol. 50, no. 2, pp. 199–228. DOI: 10.1134/S1063783408020017.
3. Filippov B.N. Static Properties and Nonlinear Dynamics of Domain Walls with a Vortexlike Internal Structure in Magnetic Films (Review). *Low Temperature Physics*, 2002, vol. 28, no. 10, pp. 707–738. DOI: 10.1063/1.1521291.
4. Muminov Kh.Kh., Shokirov F.Sh. [Dynamics of Interaction of Domain Walls in (2+1)-Dimensional Non-Linear Sigma Model]. *Izvestiya AN RT* [News of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan], 2015, vol. 161, no. 4, pp. 57–64. (in Russian)
5. Muminov Kh.Kh., Shokirov F.Sh. *Matematicheskoye modelirovaniye nelineynykh dinamicheskikh sistem kvantovoy teorii polya* [Mathematical Modeling of Nonlinear Dynamical Systems of Quantum Field Theory]. Novosibirsk: Publishing House SB RAS, 2017. (in Russian)
6. Muminov Kh.Kh. [Multidimensional Dynamic Topological Solitons in a Nonlinear Anisotropic Sigma Model]. *Doklady Akademii nauk Respubliki Tadjikistan* [Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan], 2002, vol. 45, no. 10, pp. 28–36. (in Russian)
7. Samarskiy A.A. *The Theory of Difference Schemes*. N.Y., Marcel Dekker, 2001.
8. Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. *Equations of Mathematical Physics*. N.Y., Dover Publications, 2011.

9. Muminov Kh.Kh., Shokirov F.Sh. [Interactions of Dynamical and Topological Solitons in 1D Nonlinear Sigma Model]. *Doklady Akademii nauk Respubliki Tadjikistan* [Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan], 2016, vol. 59, no. 3–4, pp. 120–126. (in Russian)
10. Shokirov F.Sh. [Mathematical Modeling of Breathers of Two-Dimensional O(3) Nonlinear Sigma Model]. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2016, vol. 12, no. 4, pp. 3–16. (in Russian)
11. Belova T.I., Kudryavtsev A.E. Solitons and Their Interactions in Classical Field Theory. *Physics–Uspekhi*, 1997, vol. 40, no. 4, pp. 359–386. DOI: 10.1070/PU1997v040n04ABEH000227.
12. Gervais J.L, Jevicki A., Sakita B. Perturbation Expansion Around Extended-Particle States in Quantum Field Theory. *Physical Review D*, 1975, vol. 12, no 4, pp. 1038–1051.
13. Makhankov V.G. [Solitons and Numerical Experiments]. *Fizika elementarnykh chastits i atomnogo yadra* [Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei], 1983, vol. 14, no. 1, pp. 123–180. (in Russian)

Received September 25, 2017