

## РАСЧЕТ ДИНАМИКИ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАКЕТ

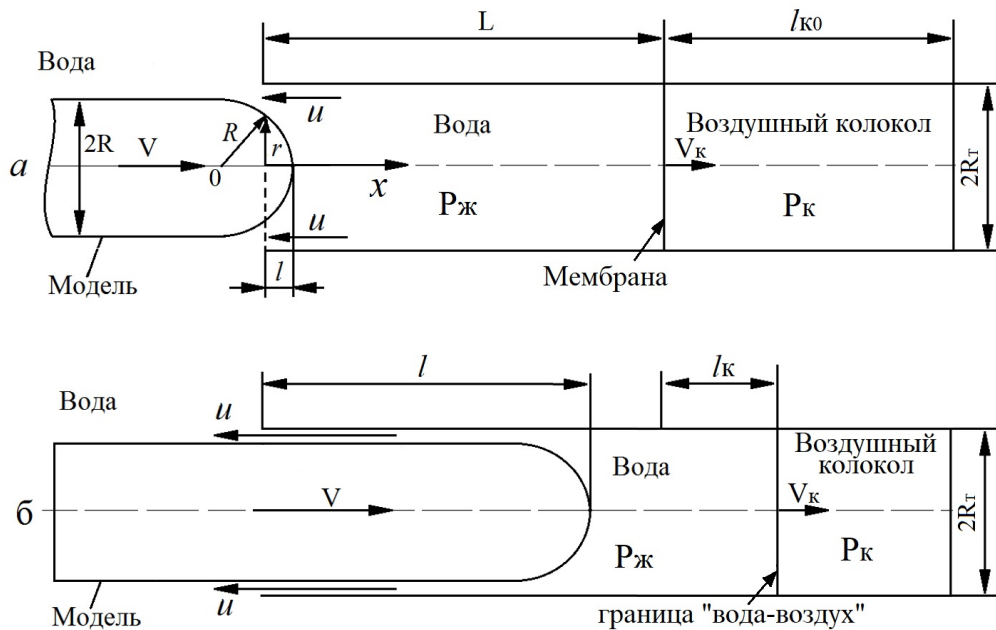
*В.И. Пегов*<sup>1,2</sup>, *И.Ю. Мошкин*<sup>2</sup><sup>1</sup>АО «ГРЦ Макеева», г. Миасс, Российская Федерация<sup>2</sup>Южно-Уральский научный центр УрО РАН, г. Миасс, Российская Федерация

Для обеспечения безопасности испытаний баллистических моделей ракет в гидродинамических бассейнах нашли широкое применение гидравлические улавливающие устройства в виде заполненной водой трубы с глухим днищем. Для ликвидации явления гидроудара в торце трубы предусматривается воздушный колокол. Разработанные математическая модель и метод расчета динамики баллистической модели в гидравлическом улавливающем устройстве позволяют выбрать геометрические параметры улавливающего устройства и проводить торможение модели в заранее заданном расчетном режиме. Уравнение для продольного движения модели получено из уравнения Лагранжа. По предлагаемому методу создана программа на ЭВМ и выполнены примеры расчетов. Проведено сравнение расчетов с экспериментальными данными, полученными при испытаниях в гидробассейне. Наблюдается удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных данных, что служит подтверждением достоверности и надежности разработанной математической модели тормозного гидродинамического устройства. Разработанная математическая модель позволяет при заданном числе Эйлера и для заданной массы модели выбирать необходимые для торможения основные параметры улавливающего тормозного устройства. Предложенный метод расчета может быть использован для определения геометрических параметров тормозного и улавливающего устройства при проведении испытаний баллистической модели в гидробассейне.

*Ключевые слова:* модель ракеты; гидродинамика; гидравлическое устройство; эксперимент; воздушный колокол.

При разработке перспективных морских ракетных комплексов нашел широкое применение метод баллистических испытаний моделей в специализированных гидродинамических бассейнах. Его применение позволяет на ранних стадиях проектирования выбирать наиболее оптимальные при заданных ограничениях гидродинамические схемы старта ракет [1]. Для обеспечения безопасности испытаний и сохранения многократного использования модели применяют различные системы улавливания и торможения модели. Наиболее надежными и безопасными из них зарекомендовали себя гидравлические системы, в которых модель по направляющим входит и тормозится в заполненной водой цилиндрической трубе с глухим днищем [2]. Однако разработка метода их расчета остается до сих пор актуальной. В статье разрабатывается математическая модель и метод расчета динамики баллистической модели в гидравлическом улавливающем устройстве, которые позволяют выбирать его геометрические параметры и проводить торможение модели в заранее заданном расчетном режиме, что позволяет снизить перегрузку модели и возникающее избыточное давление жидкости в трубе [3]. Области знаний, связанные с исследованием динамики баллистических моделей ракет, расчетно-теоретическим и экспериментальным исследованиям подводного старта, а также сопутствующие им процессы с нестационарными двухфазными потоками с учетом тепломассобмена, является в настоящее время актуальными, и им посвящены работы многих авторов [4–8].

На рис. 1 приведена схема гидравлического улавливающего устройства, которое состоит из цилиндрической трубы с глухим дном. Модель начинает тормозиться при входе носка модели в трубу (рис. 1 а), более интенсивное торможение происходит после входа носка модели в трубу (рис. 1 б). С целью смягчения процесса торможения, а также ликвидации возможных явлений гидроудара (пиков давления в жидкости и перегрузок модели) в торце трубы дополнительно предусматривается воздушный колокол, загерметизированный эластичной или легкоразрушаемой мембраной. При возникновении избыточного давления в жидкости мембрана смещается к торцу, давление в объеме колокола при этом возрастает. При входе носка модели в затопленную трубу между моделью и трубой образуется кольцевой зазор, через который вода начинает вытесняться из трубы. Модель обычно представляет собой вытянутое тело вращения с цилиндрическим корпусом, заканчивающимся плоским срезом, а профилированная форма носка близка к сферической.



**Рис. 1.** Схемы улавливающего гидравлического устройства: а – вход носка модели, б – движение в трубе

Площадь поперечного сечения кольцевого зазора при входе сферического носка в трубу зависит от координаты его сечения  $x$

$$S_{КЗ} = \pi(x^2 - 2Rx + R^2) \quad \text{при } l \leq R. \quad (1)$$

После входа носка в трубу площадь кольцевого зазора становится постоянной и определяется равенством

$$S_{КЗ} = \pi(R_T^2 - R^2) \quad \text{при } l > R. \quad (2)$$

Здесь  $l$  – путь, пройденный моделью,  $R$ ,  $R_T$  – радиусы модели и трубы.

Для определения скорости границы  $V_K$  используем интеграл Коши – Лагранжа для течения жидкости в трубе

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{V_K^2}{2} + \frac{P_K}{\rho} = \frac{P_{Ж}}{\rho}, \quad (3)$$

где  $\varphi = xV_K$  – потенциал скорости течения в трубе,  $V_K = \partial\varphi/\partial x$  – скорость жидкости,  $P_K$  – давление в воздушном колоколе,  $P_{ж}$  – давление жидкости в трубе,  $\rho$  – плотность жидкости. Из интеграла Коши – Лагранжа найдем дифференциальное уравнение для скорости границы

$$\frac{dV_K}{dt} = \frac{P_{ж} - P_K}{\rho x_K} - \frac{V_K^2}{2x_K}, \quad (4)$$

где  $x_K = L - l + l_K$ . Дифференциальное уравнение перемещения границы  $l_K$

$$\frac{\partial l_K}{\partial t} = V_K. \quad (5)$$

Начальные условия при  $t = 0$  для уравнения (4)  $V_K = 0$ , для уравнения (5)  $l_K = 0$ . В адиабатическом приближении выражение для давления в объеме колокола примет вид

$$P_K = P_{K0} \left( \frac{P_{K0}}{l_{K0} - l_K} \right)^k, \quad (6)$$

где  $P_{K0}$ ,  $P_K$  – начальное и текущее давления в воздушном колоколе,  $l_{K0}$  – начальная длина воздушного колокола,  $k = 1, 4$  – показатель адиабаты для воздуха.

Составляющая кинетической энергии течения воды в трубе, вызванная скоростью мембраны, запишется в виде

$$T_K = \frac{\rho V_K^2}{2} S_T (L - l + l_K), \quad (7)$$

где  $S_T$  – площадь сечения трубы  $S_T = \pi R_T^2$ ,  $L$  – начальная координата  $x$  границы колокола,  $l$  – путь, пройденный моделью.

Дифференциальные уравнения продольного движения модели получим исходя из закона количества движения, представленного в виде уравнения Лагранжа [1]

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T_\Sigma}{\partial V} = F. \quad (8)$$

Здесь производная по времени  $\frac{d}{dt}$  берется в подвижной системе координат,  $T_\Sigma$  – суммарная кинетическая энергия,  $V$  – продольная скорость модели в направлении  $OX$ ,  $F$  – главный вектор всех сил, приложенных к модели, кроме уже учитываемых в уравнении Лагранжа сил воздействия невязкой жидкости.

Исходя из представленной на рис. 1 схемы, значение  $T_\Sigma$  представим в виде суммы

$$T_\Sigma = (M + \lambda) \frac{V^2}{2} + T_{кз} + T_K, \quad (9)$$

где  $M$  – масса модели,  $\lambda$  – присоединенная масса модели в жидкости,  $T_{кз}$  – составляющая вызываемого течения воды в кольцевом зазоре,  $T_K$  – составляющая, обусловленная движением границы раздела «воздух-вода» воздушного колокола, рассчитываемая по формуле (7). Исходя из известных зависимостей присоединенных масс сферы ( $\lambda_{сф} = \frac{2}{3}\pi\rho R^3$ ) и диска ( $\lambda = \frac{8}{3}\rho R^3$ ), приближенное выражение присоединенной массы модели, состоящей из цилиндрического корпуса, заканчивающегося сзади плоским срезом а спереди сферическим носком, запишем в виде

$$\lambda = \frac{\pi}{3}\rho R^3 + \frac{4}{3}\rho R^3 = \frac{\pi + 4}{3}\rho R^3. \quad (10)$$

Входящая в (8) сила  $F$ , связанная со свойствами вязкости жидкости, определяется как сила вязкого трения модели с коэффициентом  $C_{xf}$

$$F = -C_{xf} S \frac{\rho u^2}{2}, \quad (11)$$

где  $S = \pi R^2$  – площадь миделя модели. Однако из-за малой величины этой силы далее будем полагать ее равной нулю ( $F = 0$ ).

Скорость вытесняемой через кольцевой зазор воды  $u$  в соответствии с уравнением неразрывности и равенствами (1), (2) определяется в сечении кольцевого зазора с координатой  $x$  выражениями

$$\begin{aligned} u &= \frac{V(2Rx - x^2) - V_K R_T^2}{(x^2 - 2Rx + R_T^2)} \quad \text{при } l \leq R, \\ u &= \frac{V R^2 - V_K R_T^2}{R_T^2 - R^2} \quad \text{при } l > R. \end{aligned} \quad (12)$$

Для определения  $T_{КЗ}$  запишем приращение присоединенной массы  $dm$  в сечении кольцевого зазора

$$dm = \rho S_{КЗ} dx.$$

В соответствии с этим приращение кинетической энергии  $dT_{КЗ}$  представим в виде

$$dT_{КЗ} = \frac{\rho u^2}{2} S_{КЗ} dx$$

и  $T_{КЗ}$  найдем как интеграл по пути модели  $l$

$$T_{КЗ} = \frac{\rho}{2} \int_0^l u^2 S_{КЗ} dx = \frac{\rho V^2}{2} J,$$

где  $J = \int_0^l \frac{u^2}{V^2} S_{КЗ} dx$ .

После проведения интегрирования с учетом формул для скорости  $u$  (12) и  $S_{КЗ}$  (1), (2), получим при входе носка модели в трубу ( $l \leq R$ ) и при последующем движении модели в трубе ( $l > R$ )

$$\begin{aligned} J_1(l) &= \pi \left\{ l(l^2/3 - Rl + R_T^2) + 2lR_T^2 \bar{V}_K + \right. \\ &\left. + \frac{(1 - \bar{V}_K)^2 R_T^4}{\sqrt{R_T^2 - R^2}} \left( \operatorname{arctg} \frac{l - R}{\sqrt{R_T^2 - R^2}} + \operatorname{arctg} \frac{R}{\sqrt{R_T^2 - R^2}} \right) \right\} \quad \text{при } l \leq R. \end{aligned} \quad (13)$$

$$J_2(l) = J_1(R) + \pi \frac{(R^2 - \bar{V}_K R_T^2)^2}{R_T^2 - R^2} (l - R) \quad \text{при } l > R. \quad (14)$$

Здесь  $\bar{V}_K = V_K/V$ ,  $J_1(R)$  определяется из выражения для  $J_1(l)$  при  $l = R$ , то есть

$$J_1(R) = \pi \left\{ R R_T^2 (1 + 2\bar{V}_K) - \frac{2}{3} R^3 + \frac{(1 - \bar{V}_K)^2 R_T^4}{\sqrt{R_T^2 - R^2}} \operatorname{arctg} \frac{R}{\sqrt{R_T^2 - R^2}} \right\}. \quad (15)$$

В результате выражение для суммарной кинетической энергии с учетом формул (9), (10), (13) – (15) примет вид

$$T_{\Sigma}(l) = \frac{V^2}{2}(M + \lambda + \rho J_1(l)) + \frac{\rho V_K^2}{2} S_T(L - l + l_K) \quad \text{при } l \leq R,$$

$$T_{\Sigma}(l) = \frac{V^2}{2}(M + \lambda + \rho J_1(l) + \rho J_2(l)) + \frac{\rho V_K^2}{2} S_T(L - l + l_K) \quad \text{при } l > R.$$

На основании уравнения Лагранжа (8) и полученных выражений для  $T_{\Sigma}(l)$  найдем основные дифференциальные уравнения для скорости движения модели  $V$ :

– при входе носка модели в трубу:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{M + \lambda + \rho J_1(l) + \rho \bar{V}_K^2 S_T(L - l + l_K)} \left( \pi \rho V^2 \frac{(2Rl - l^2 - \bar{V}_K R_T^2)^2}{l^2 - 2Rl + R_T^2} \right) \quad \text{при } (l \leq R);$$

– при движении модели в трубе:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{M + \lambda + \rho J_1(R) + \rho J_2(l) + \rho \bar{V}_K^2 S_T(L - l + l_K)} \left( \pi \rho V^2 \frac{(R^2 - \bar{V}_K R_T^2)^2}{R_T^2 - R^2} \right) \quad \text{при } l > R.$$

Для замыкания системы добавим дифференциальное уравнение для пути модели  $\frac{dl}{dt} = V$ , а также уравнения (4), (5) для перемещения границы колокола и выражения для давления жидкости в трубе

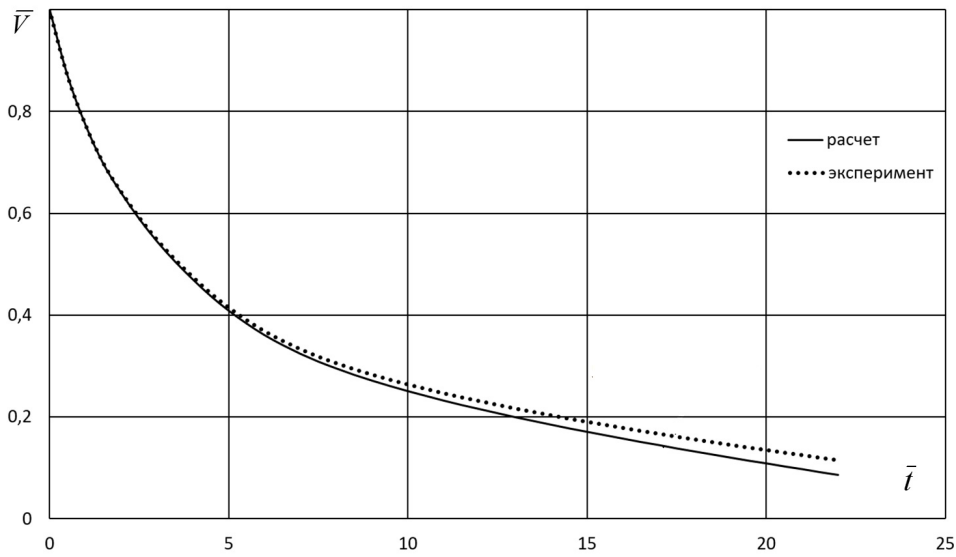
$$P_{\text{ж}} = P_{\text{ж}0} + \frac{\rho V^2}{2} \frac{(2Rl - l^2 - \bar{V}_K R_T^2)^2}{l^2 - 2Rl + R_T^2} \quad \text{при } l \leq R,$$

$$P_{\text{ж}} = P_{\text{ж}0} + \frac{\rho V^2}{2} \frac{(R^2 - \bar{V}_K R_T^2)^2}{R_T^2 - R^2} \quad \text{при } l \leq R,$$

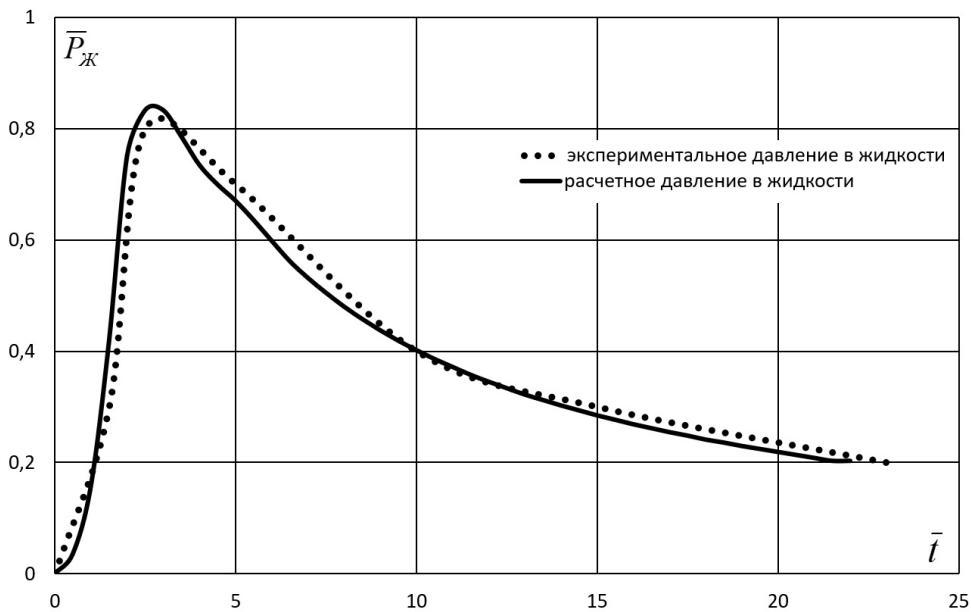
где  $P_{\text{ж}0}$  – начальное давление в трубе.

Разработанная математическая модель реализована в виде программы на ЭВМ. Интегрирование системы дифференциальных уравнений проводилось при этом методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности. Результаты расчетов удобно представить в безразмерном виде. Связь между начальной скоростью модели  $V_0$  и начальным давлением в жидкости  $P_{\text{ж}0}$  выражается числом Эйлера  $Eu = P_{\text{ж}0}/(\rho V_0^2)$ . Затем введем следующие безразмерные параметры: времени  $\bar{t} = tV_0/D$  ( $D = 2R$ ), массы модели  $\bar{M} = M/(\rho D^3)$ , скорости модели  $\bar{V} = V/V_0$ , площади кольцевого зазора  $\delta = (D_T/D)^2 - 1$ , где  $D_T = 2R_T$  начальной длины воздушного колокола  $\bar{l}_{K0} = l_{K0}/D$  и длины объема, заполненного жидкостью  $\bar{L} = L/D$ . Для опорного варианта расчета приняты следующие численные значения:  $\bar{M} = 10$ ,  $Eu = 0,67$ ,  $\delta = 0,27$ ,  $\bar{L} = 7$ ,  $\bar{l}_{K0} = 3$  и  $\bar{t} = 52\bar{t}$ . Результаты расчетов представлены в виде графиков зависимостей  $\bar{V}$ ,  $\bar{P}_K$ ,  $\bar{P}_{\text{ж}}$  от  $\bar{t}$ , где  $\bar{P}_{\text{ж}} = P_{\text{ж}}/(\rho V_0^2)$ ,  $\bar{P}_K = P_K/(\rho V_0^2)$ .

На рис. 2 – 4 проводится сравнение расчетов с экспериментальными данными, полученными при испытаниях в гидробассейне. Наблюдается удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных данных, что служит подтверждением достоверности и надежности разработанной математической модели тормозного гидродинамического устройства.



**Рис. 2.** Сравнение расчетных и экспериментальных значений безразмерной скорости модели  $\bar{V}$



**Рис. 3.** Сравнение расчетных и экспериментальных коэффициентов давления  $\bar{P}_J$

Разработанная математическая модель позволяет при заданном числе Эйлера и заданной массе модели выбирать необходимые для торможения основные параметры улавливающего тормозного устройства ( $\delta, \bar{L}, \bar{l}_{K0}$ ) и найдет использование при экспериментальной отработке подводного старта ракет.

*Работа выполнена при поддержке гранта 14-08-00128 Российского фонда фундаментальных исследований.*

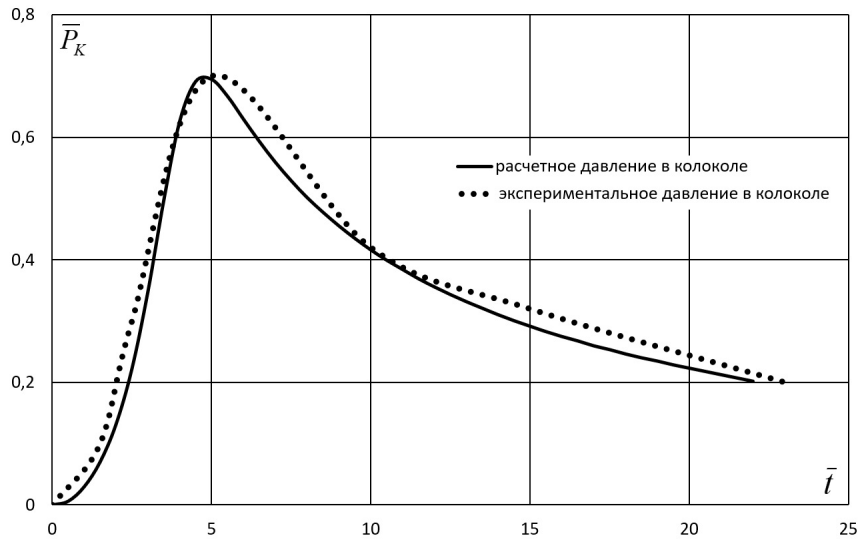


Рис. 4. Сравнение расчетных и экспериментальных коэффициентов давления  $\bar{P}_K$

## Литература

1. Дегтярь, В.Г. Гидродинамика подводного старта ракет / В.Г. Дегтярь, В.И. Пегов. – М.: Машиностроение, 2009.
2. Пегов, В.И. Метод расчета динамики баллистической модели в гидробассейне / В.И. Пегов, И.Ю. Мошкин. – Миасс: ЭТФ ЮУрГУ, 2016.
3. Пегов, В.И. Экспериментальное и численное моделирование стартового воздействия на подводную лодку / В.И. Пегов, А.Д. Чешко, И.Ю. Мошкин, Е.С. Меркулов // Взгляд в будущее – 2016. – СПб.: ЦКБ МТ «Рубин», 2016. – С. 598–605.
4. Беневольский, С.В. Баллистика / С.В. Беневольский, В.В. Бурлов, В.П. Казаковцев. – Пенза: Пензенский артиллерийский инженерный ин-т, 2005. – 511 с.
5. Дмитриевский, А.А. Внешняя баллистика / А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лысенко. – М.: Машиностроение, 2005. – 244 с.
6. Лысенко, Л.Н. Наведение и навигация баллистических ракет / Л.Н. Лысенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 672 с.
7. Моллесон, Г.В. Обтекание тела газодисперсной струей в широкой области значений параметров торможения / Г.В. Моллесон, А.Л. Стасенко // Теплофизика высоких температур. – 2017. – Т. 55, № 1. – С. 94–108.
8. Пахомов, М.А. Влияние испарения капель на турбулентность газа и теплообмен при течении двухфазного потока за внезапным расширением трубы / М.А. Пахомов, В.И. Терехов // Теплофизика высоких температур. – 2016. – Т. 54, № 3. – С. 352–366.

Валентин Иванович Пегов, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, АО «ГРЦ Макеева» (г. Миасс, Российская Федерация); ведущий научный сотрудник, отдел «Фундаментальные проблемы аэрокосмических технологий», Южно-Уральский научный центр УрО РАН (г. Миасс, Российская Федерация), ofpat@mail.ru.

Игорь Юрьевич Мошкин, кандидат технических наук, младший научный сотрудник, отдел «Фундаментальные проблемы аэрокосмических технологий», Южно-Уральский научный центр УрО РАН (г. Миасс, Российская Федерация), ofpat@mail.ru.

*Поступила в редакцию 8 ноября 2017 г.*

## DYNAMIC ANALYSIS OF A BALLISTIC MISSILE MODEL

V.I. Pegov<sup>1,2</sup>, I.Yu. Moshkin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Makeyev SRC, Miass, Russian Federation

<sup>2</sup>South Ural Scientific Centre of the Ural Division of RAS, Miass, Russian Federation

E-mail: ofpat@mail.ru

A hydraulic catching device in the form of a blind water-filled pipe is widely used to ensure safety in tests of ballistic missile models in hydrodynamic test tanks. An air chamber is provided at the pipe end wall to avoid a water-hammer effect. The developed math model and methodology for analyzing dynamics of a ballistic model in a hydraulic catching device permit to choose geometrical parameters of a catching device and decelerate the model in preset design conditions. The model longitudinal equation was derived from the Lagrange equation. The proposed methodology was used to create a software program and make trial calculations. The calculation data were compared with the experimental ones obtained during tests in a hydrodynamic tank. The calculation and experimental data are in good compliance proving adequacy and reliability of the developed math model for a deceleration hydrodynamic device. In case of the given Euler number and model mass, the developed math model allows choosing basic parameters of a catching decelerating device which are required for deceleration. The proposed methodology can be used to define geometrical parameters of a decelerating and catching device for testing a ballistic model in a hydrodynamic tank.

*Keywords: missile model; hydrodynamics; hydraulic device; test; air chamber.*

## References

1. Degtiar V.G., Pegov V.I. *Gidrodinamika podvodnogo starta raket* [Hydrodynamics of Rocket Launches from Underwaters], Moscow, Mashinostroyeniye, 2009. (in Russian)
2. Pegov V.I., Moshkin I.Yu. *Metod raschyota dinamiki ballisticheskoy modeli v gidrobasseyne* [A Methodology for Analyzing Dynamics of a Ballistic Model in a Hydrodynamic Tank], Miass, SUSU Electrical Engineering Department, 2016. (in Russian)
3. Pegov V.I., Cheshko A.D., Moshkin I.Yu., Merkulov Ye.S. [Experimental Modelling and Simulation of Launching Effect on a Submarine]. *Vzglyad v budushchee – 2016* [A Look into the Future – 2016], CDB ME "Rubin", Saint Petersburg, 2015, pp. 553–560. (in Russian)
4. Benevolski S.V., Burlov V.V., Kazakovski V.P. *Ballistika* [Ballistics], Penza, Penza artillery engineering institute, 2009. (in Russian)
5. Dmitrievskiy A.A., Lysenko L.N. *Vneshnyaya ballistika* [External Ballistics]. Moscow, Mashinostroyeniye, 2005. (in Russian)
6. Lysenko L.N. *Navedeniye i navigatsiya ballisticheskikh raket* [Guidance and Navigation of Ballistic Missiles]. Moscow, Izd-vo MGTU im. N.E. Bauman, 2007. (in Russian)
7. De Molleson G.V., Stasenko A.L. [Flow Around the Body with a Gas-Dispersed Jet in a Wide Range of Values of the Braking Parameters]. *Teplofizika vysokikh temperature*, 2017, vol. 55, no. 1, pp. 94–108. (in Russian)
8. Pakhomov M.A. [Influence of Evaporation of Droplets on Gas Turbulence and Heat Transfer During a Two-Phase Flow Behind a Sudden Expansion of a Pipe]. *Teplofizika vysokikh temperature*, 2016, vol. 54, no. 3, pp. 352–366. (in Russian)

*Received November 8, 2017*