

МЕТОД МАТРИЧНЫХ ПУЧКОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ВЕКТОРНЫХ ПРОЦЕССОВ

М.П. Генри¹, О.Л. Ибряева², Д.Д. Салов², А.С. Семенов²

¹Оксфордский университет, Оксфорд, Великобритания

² Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация

В работе рассматривается один из современных параметрических методов обработки сигналов – метод матричных пучков (ММП). Метод позволяет по отсчетам сигнала, представляющего собой сумму комплексных экспонент, эффективно оценивать его параметры. Число экспонент не предполагается известным заранее и также может быть оценено с помощью сингулярного разложения матрицы, составленной из отсчетов сигнала. Объектом исследования данной работы служит векторный процесс – набор сигналов, имеющих одинаковые частоты и коэффициенты затухания (т.е. одинаковые полюсы сигнала), но, вообще говоря, различные комплексные амплитуды. Сигналы такого вида возникают, например, при рассмотрении фазированной антенной решетки, когда необходимо оценить параметры сигнала, генерируемого одними и теми же источниками, но приходящими от многих антенных элементов со своими амплитудами и фазами. Подобная задача возникает и при оценке параметров сигналов с двух пространственно-распределенных датчиков движения кориолисового расходомера. При обработке набора сигналов классическим ММП мы получаем наборы различных полюсов этих сигналов, которые далее приходится, например, усреднять, чтобы получить искомые значения полюсов, предполагаемых одинаковыми для этих сигналов. Предложенная в работе модификация ММП работает со всеми сигналами сразу, давая один набор полюсов сигнала, и при этом оказывается эффективнее и по быстродействию, и по точности определения параметров сигналов. В работе приведены алгоритмы классического ММП и его модификации для векторного процесса, а также численные эксперименты с модельными и реальными сигналами, снятыми с одного из серийно выпускаемых кориолисовых расходомеров Ду15. Эксперименты показывают, что предложенный алгоритм дает более точные результаты за меньшее (примерно в 1,5 раза) время, нежели классический метод матричных пучков.

Ключевые слова: метод матричных пучков; параметрические методы оценки сигналов; сумма комплексных экспонент; сингулярное разложение; векторные процессы.

Введение

Преобразование Фурье является одним из самых изученных, универсальных и эффективных методов исследования сигналов [1, 2]. Это определяет его непрерывное совершенствование и появление методов, тесно связанных с ним, но превосходящих по некоторым характеристикам. Например, используя преобразование Гильберта [3], легко реализовать амплитудную и фазовую демодуляцию несущей, а PRISM [4] позволяет эффективно работать со случайными сигналами, представленными суммой затухающих комплексных экспонент. Тем не менее, эти преобразования можно отнести к непараметрическим методам [1], имеющим принципиальное ограничение на разрешение частот, связанное со временем наблюдения соотношением неопределенности: $\Delta\omega \sim \frac{1}{\Delta T}$, где $\Delta\omega$ и ΔT – необходимое разрешение по частоте и время наблюдения, необходимое для его обеспечения, соответственно. Это соотношение накладывает

жесткие требования на длительность наблюдаемого участка при требованиях повышенного разрешения, что, в свою очередь, ухудшает динамические характеристики алгоритмов обработки и затрудняет работу с нестационарными сигналами. Преобразование Гильберта – Хуанга [5] расширяет возможность работы с нестационарными нелинейными сигналами, однако к настоящему времени оно основано больше на эмпирических выводах, что затрудняет выработку рекомендаций по его конкретному применению.

Одним из способов преодолеть соотношение неопределенности является переход к параметрическим методам обработки сигналов, в которых предполагается, что сигнал состоит из суммы парциальных сигналов известной формы (обычно ортогональных по времени или частоте), а неизвестны только некоторые параметры сигнала. Например, если в качестве парциального сигнала используется комплексная синусоида, то параметрами являются комплексная амплитуда и частота каждой компоненты. Исходя из принципов решения систем независимых уравнений, это дает возможность снизить число отсчетов сигнала до числа неизвестных параметров, что может быть на порядки меньше числа отсчетов, необходимых для использования в преобразовании Фурье с теми же характеристиками по разрешению. Пожалуй, самыми известными методами этого класса являются алгоритмы, основанные на регрессионных процессах и процессах скользящего среднего [1]. Тем не менее, если сигнал можно представить в виде линейной комбинации экспоненциальных функций $y(t) = \sum_{m=1}^M R_m e^{(\alpha_m + i\omega_m)t}$, достаточно широко используется метод Прони, предложенный еще в конце 18 века [6]. Основным недостатком этого метода – необходимость точного знания числа экспоненциальных компонент, входящих в сигнал, и достаточно сильная чувствительность к аддитивным шумам [7]. Стремление преодолеть эти недостатки привели к появлению одного из самых эффективных методов спектрального анализа – метода матричных пучков (ММП) [8]. При этом число экспоненциальных компонент M определяется в ходе работы метода. Кроме того, как показывают исследования, ММП обладает существенно большей устойчивостью к аддитивным шумам, чем метод Прони, и приближается по этому параметру к оценке Рао – Крамера [9].

В классической постановке метод предполагает использование SVD разложения матрицы, полученной из отсчетов сигнала для оценки всех параметров (амплитуды, частоты, фазы, затухания) парциальных экспонент. Это означает, что, в соответствии с классификацией алгоритмов по числу входов и выходов [10], он относится к классу SIMO (Single In, Multiple Out). Несмотря на широкое распространение систем такого вида, все больший интерес, связанный, прежде всего, с развитием теории обработки пространственно-временных сигналов, вызывают системы MIMO (Multiple In, Multiple Out). Типичным представителем систем такого вида является фазированная антенная решетка, в которой необходимо оценить параметры сигнала, генерируемого одними и теми же источниками, но приходящими от многих антенных элементов со своими амплитудами и фазами [11].

Еще одним примером подобного рода является кориолисов расходомер, в котором необходимо обрабатывать сигналы, приходящие от двух пространственно разнесенных датчиков. Использование классического метода для сигналов подобного типа предполагает отдельную обработку сигналов с каждого выхода. Однако при этом в каждом канале обработки, в общем случае, могут быть получены собственные оценки параметров, не совпадающие с остальными. Поэтому возникает проблема дальней-

шей обработки оценок параметров. В случае близких значений параметров компонент эта проблема усугубляется необходимостью решения задачи группировки параметров идентичных компонент, то есть выделения в каналах оценок, принадлежащих одной и той же моде.

Таким образом, встает задача модификации ММП, с сохранением его преимуществ, применительно к задаче оценки параметров векторных сигналов. Этой проблеме посвящена настоящая статья. Под векторным сигналом (процессом) мы понимаем набор из K сигналов $y_1(t), y_2(t), \dots, y_K(t)$, где $y_k(t) = \sum_{m=1}^M R_{mk} e^{(\alpha_m + i\omega_m)t}$, $k = 1, \dots, K$, имеющих одинаковые частоты $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M$ и коэффициенты затухания $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M$ (т.е. одинаковые полюсы сигнала), но, вообще говоря, различные комплексные амплитуды $R_{1k}, R_{2k}, \dots, R_{Mk}$, $k = 1, \dots, K$.

Структура работы такова. В первой главе содержится описание классического алгоритма ММП. Его модификация на случай векторного сигнала приведена во второй главе. Так как аналитическое исследование предложенного алгоритма представляется затруднительным, далее в работе приведены результаты моделирования классического и модифицированного методов на модельном и реальном сигналах, показывающие эффективность предложенного метода. В заключении работы указаны возможные направления будущих исследований.

1. Классический метод матричных пучков

Метод матричных пучков используется для оценки параметров сигнала:

$$y(t) = \sum_{k=1}^M R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)t} \quad (1)$$

по его N отсчетам:

$$y(n) = y(nT) = \sum_{k=1}^M R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)nT} = \sum_{k=1}^M R_k z_k^n. \quad (2)$$

Здесь T – период дискретизации, $R_k = A_k e^{i\varphi_k}$ – комплексные амплитуды, α_k – коэффициенты затухания, $\omega_k = 2\pi f_k$ – частоты и z_k – полюсы сигнала $y(t)$.

На первом шаге ММП находит полюсы z_k с помощью решения задачи на обобщенные собственные значения пучка матриц, составленных из отсчетов сигнала $y(n)$. Далее по найденным полюсам ММП находит оценки для R_k . Изложим подробнее алгоритм ММП.

Определим две матрицы Y_a, Y_b размеров $(N - L) \times L$ следующим образом:

$$Y_a = \begin{pmatrix} y(L-1) & \dots & y(1) & y(0) \\ y(L) & \dots & y(2) & y(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y(N-2) & \dots & y(N-L) & y(N-L-1) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$Y_b = \begin{pmatrix} y(L) & \dots & y(2) & y(1) \\ y(L+1) & \dots & y(3) & y(2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y(N-1) & \dots & y(N-L+1) & y(N-L) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Здесь $M \leq L \leq N - M$ – параметр метода. Показано [8], что при выборе $\frac{N}{3} \leq L \leq \frac{N}{2}$ дисперсия оценки полюсов z_k будет минимальна, т.е. ММП будет наименее чувствителен к шуму. В этой работе мы положили $L = \text{floor}(\frac{N}{3})$. (Функция floor в Matlab округляет до ближайшего целого.)

Для матриц Y_a, Y_b справедлива следующая факторизация [8]:

$$Y_a = Z_L R Z_R, \quad Y_b = Z_L R Z Z_R. \quad (5)$$

Здесь

$$Z_L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_M \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ z_1^{N-L-1} & z_2^{N-L-1} & \dots & z_M^{N-L-1} \end{pmatrix}, \quad Z_R = \begin{pmatrix} z_1^{L-1} & z_1^{L-2} & \dots & 1 \\ z_2^{L-1} & z_2^{L-2} & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ z_M^{L-1} & z_M^{L-2} & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

$$R = \text{diag}(R_1, R_2, \dots, R_M), \quad Z = \text{diag}(z_1, z_2, \dots, z_M). \quad (6)$$

Рассмотрим пучок матриц $Y_b - \lambda Y_a = Z_L R (Z - \lambda E) Z_R$, где E – единичная матрица M -го порядка. Можно показать [8], что при $M \leq L \leq N - M$ и $\lambda \neq z_k, k = 1, \dots, M$, ранг матрицы $Y_b - \lambda Y_a$ равен M . Однако, если $\lambda = z_k$, то k -ая строка матрицы $Z - \lambda E$ нулевая и ранг этой матрицы равен $M - 1$.

Таким образом, полюсы $z_k = e^{(\alpha_k + i\omega_k)T}$ могут быть найдены как обобщенные собственные значения пучка матриц $Y_b - \lambda Y_a$, т.е. как собственные значения матрицы $Y_a^\dagger Y_b$. Здесь индекс \dagger используется для обозначения псевдообратной матрицы.

В случае зашумленных данных матрицу Y_a для эффективной фильтрации шума необходимо подвергнуть операции сингулярного (SVD) разложения

$$Y_a = U S V^T. \quad (7)$$

Здесь U, V – унитарные матрицы, S – диагональная матрица, элементами которой являются сингулярные числа матрицы Y_a . (Верхний индекс T означает операцию транспонирования.)

Заметим, что в случае отсутствия шума диагональная матрица S имеет ровно M ненулевых сингулярных чисел, все последующие равны нулю. В случае зашумленного сигнала ненулевых сингулярных чисел уже не будет, однако между первыми M и последующими сингулярными числами матрицы S будет наблюдаться ярко выраженный скачок, который и позволит определить число комплексных экспонент в сигнале.

Итак, сингулярное разложение матрицы Y_a позволяет определить число истинных экспонент сигнала M . Кроме того, оно может быть использовано для нахождения псевдообратной матрицы Y_a^\dagger . На практике используется усеченная до ранга M псевдообратная матрица:

$$Y_a^\dagger = \sum_{m=1}^M \frac{1}{\sigma_m} v_m u_m^T = V_0 S_0^{-1} U_0^T, \quad (8)$$

где $\sigma_1, \dots, \sigma_M$ – это M наибольших сингулярных чисел матрицы Y_a , v_m и u_m – соответствующие им сингулярные векторы, $V_0 = (v_0, \dots, v_M)$, $U_0 = (u_0, \dots, u_M)$, $S_0 = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_M)$.

После нахождения матрицы Y_a^\dagger для оценки полюсов z_k , $k = 1, \dots, M$, сигнала остается только найти M собственных чисел матрицы $Y_a^\dagger Y_b$, или, в силу следующей цепочки равенств:

$$\begin{aligned} Y_a^\dagger Y_b q_k &= z_k q_k, \\ V_0 S_0^{-1} U_0^T Y_b q_k &= z_k q_k, \\ S_0^{-1} U_0^T Y_b V_0 (V_0^T q_k) &= z_k (V_0^T q_k), \end{aligned} \quad (9)$$

найти M собственных чисел матрицы

$$Z_E = S_0^{-1} U_0^T Y_b V_0. \quad (10)$$

Далее в методе матричных пучков по известным M и z_k находятся комплексные амплитуды R_k из решения следующей задачи:

$$\begin{pmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \dots & z_M^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_M \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Подведем итог описания классического ММП [8] в следующем виде:

Алгоритм 1. Классический метод матричных пучков

Вход: Отсчеты сигнала

$$y(n) = \sum_{k=1}^M R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)t} = \sum_{k=1}^M R_k z_k^n, \quad n = 0, 1, \dots, N-1.$$

Выход: Параметры сигнала $R_k, z_k, k = 1, \dots, M$.

1. Формируем матрицы Y_a, Y_b (3), (4).
2. Находим SVD-разложение матрицы Y_a .
3. Оцениваем число M полюсов сигнала.
4. Находим усеченную до ранга M псевдообратную матрицу Y_a^\dagger (8).
5. Оцениваем z_k , вычисляя собственные значения матрицы Z_E (10).
6. Оцениваем R_k , решая задачу (11) методом наименьших квадратов.

Конец

Заметим, что данный алгоритм был уже многократно модифицирован под различные задачи. Например, в [12] предложен вариант ММП для незатухающих синусоид, улучшение ММП с помощью сохранения ганкелевой структуры матрицы, собственные числа которой дают полюсы сигнала, предложено в [13], версия ММП для квантовых компьютеров разработана в [14], в [15] предложен рекурсивный ММП и т.д.

2. Метод матричных пучков для векторных процессов

Пусть у нас имеется K сигналов $y_1(t), y_2(t), \dots, y_K(t)$, имеющих одинаковые полюсы z_1, z_2, \dots, z_M , но, вообще говоря, различные комплексные амплитуды $R_{1k}, R_{2k}, \dots, R_{Mk}, k = 1, \dots, K$.

Запишем матрицы Y_{ak}, Y_{bk} , соответствующие сигналам $y_k(t)$, $k = 1, \dots, K$.

$$Y_{ak} = \begin{pmatrix} y_k(L-1) & \dots & y_k(1) & y_k(0) \\ y_k(L) & \dots & y_k(2) & y_k(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_k(N-2) & \dots & y_k(N-L) & y_k(N-L-1) \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$Y_{bk} = \begin{pmatrix} y_k(L) & \dots & y_k(2) & y_k(1) \\ y_k(L+1) & \dots & y_k(3) & y_k(2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_k(N-1) & \dots & y_k(N-L+1) & y_k(N-L) \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Напомним, что каждая из этих матриц допускает факторизацию:

$$Y_{ak} = Z_L R^{(k)} Z_R, \quad Y_{bk} = Z_L R^{(k)} Z Z_R. \quad (14)$$

Здесь Z_L, Z_R, Z – те же матрицы, что и в (6), а матрица $R^{(k)}$ определяется:

$$R^{(k)} = \text{diag}(R_{1k}, R_{2k}, \dots, R_{Mk}). \quad (15)$$

Из матриц Y_{ak}, Y_{bk} составим блочные матрицы Y_{aE}, Y_{bE} размеров $(N-L) \times LK$ следующим образом:

$$Y_{aE} = \begin{pmatrix} Y_{a1} \\ Y_{a2} \\ \vdots \\ Y_{aK} \end{pmatrix}, \quad Y_{bE} = \begin{pmatrix} Y_{b1} \\ Y_{b2} \\ \vdots \\ Y_{bK} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Легко видеть, что полюсы z_k являются обобщенными собственными значениями пучка матриц $Y_{bE} - \lambda Y_{aE}$. Действительно, справедливо следующее разложение данных матриц:

$$Y_{aE} = \begin{pmatrix} Y_{a1} \\ Y_{a2} \\ \vdots \\ Y_{aK} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_L R^{(1)} Z_R \\ Z_L R^{(2)} Z_R \\ \vdots \\ Z_L R^{(K)} Z_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_L & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_L & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R^{(1)} \\ R^{(2)} \\ \vdots \\ R^{(K)} \end{pmatrix} Z_R, \quad (17)$$

$$Y_{bE} = \begin{pmatrix} Y_{b1} \\ Y_{b2} \\ \vdots \\ Y_{bK} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_L & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_L & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R^{(1)} \\ R^{(2)} \\ \vdots \\ R^{(K)} \end{pmatrix} Z Z_R.$$

Тогда $Y_{bE} - \lambda Y_{aE} = \begin{pmatrix} Z_L & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_L & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R^{(1)} \\ R^{(2)} \\ \vdots \\ R^{(K)} \end{pmatrix} (Z - \lambda E) Z_R$ и числа z_k являются понижающими ранг этой матрицы.

Тогда, аналогично ММП для скалярного процесса, полюсы z_k могут быть найдены как M собственных чисел матрицы $Y_{aE}^\dagger Y_{bE}$, где $Y_{aE}^\dagger = \sum_{m=1}^M \frac{1}{\sigma_m} v_m u_m^T = V_0 S_0^{-1} U_0^T$ – усеченная до ранга M псевдообратная матрица к Y_{aE} и число M определяется на основе скачка в сингулярных числах матрицы Y_{aE} .

Аналогично, как в предыдущем параграфе, получаем, что z_k могут быть найдены как M собственных чисел матрицы:

$$Z_E = S_0^{-1} U_0^T Y_{bE} V_0. \quad (18)$$

Комплексные амплитуды R_{mk} находятся затем из решения K задач:

$$\begin{pmatrix} y_k(0) \\ y_k(1) \\ \vdots \\ y_k(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \dots & z_M^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{1k} \\ R_{2k} \\ \vdots \\ R_{Mk} \end{pmatrix}, \quad k = 1, \dots, K. \quad (19)$$

Подведем итог в виде следующего алгоритма:

Алгоритм 2. Метод матричных пучков для векторных процессов

Вход: Отсчеты K сигналов

$$y_k(n) = \sum_{m=1}^M R_{mk} e^{(\alpha_m + i\omega_m)t} = \sum_{m=1}^M R_{mk} z_m^n, \quad k = 1, \dots, K, \quad n = 0, 1, \dots, N-1.$$

Выход: Параметры сигналов $R_{mk}, z_m, m = 1, \dots, M, k = 1, \dots, K$.

1. Формируем матрицы Y_{aE}, Y_{bE} (12), (13).
2. Находим SVD-разложение матрицы Y_{aE} .
3. Оцениваем число M полюсов сигнала.
4. Находим усеченную до ранга M псевдообратную матрицу Y_{aE}^\dagger .
5. Оцениваем z_k , вычисляя собственные значения матрицы Z_E (18).
6. Оцениваем R_{mk} , решая задачи (19) методом наименьших квадратов.

Конец

Далее с помощью численных экспериментов мы покажем, что нахождение полюсов z_1, z_2, \dots, z_M , как обобщенных собственных значений пучка матриц $Y_{bE} - \lambda Y_{aE}$ эффективнее (и по времени, и по точности определения), чем нахождение классическим ММП обобщенных собственных значений пучков $Y_{bk} - \lambda Y_{ak}, k = 1, \dots, K$, с их последующим усреднением.

3. Моделирование работы алгоритмов

В этом параграфе рассмотрены результаты исследования двух алгоритмов при использовании модельного и реального сигналов.

Пример 1. Рассмотрим сигналы y_1, y_2 с одинаковыми полюсами $z_1 = 0,8070 + 0,5863j, z_2 = 0,8484 + 0,5199j$ и разными амплитудами и фазами:

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{1}{2} e^{-10t} \sin\left(2\pi \cdot 400t + \frac{\pi}{45}\right) + \frac{1}{3} e^{-20t} \sin\left(2\pi \cdot 350t + \frac{\pi}{90}\right), \\ y_2 &= e^{-10t} \sin\left(2\pi \cdot 400t + \frac{\pi}{9}\right) + \frac{1}{4} e^{-20t} \sin\left(2\pi \cdot 350t - \frac{2\pi}{45}\right). \end{aligned} \quad (20)$$

Были обработаны 30 отсчетов сигналов y_1 и y_2 , полученные с частотой дискретизации $F_s=4000$ Гц. В качестве аддитивного шума были взяты значения нормальной

случайной величины с нулевым мат. ожиданием и $\sigma = 0,005$. Были рассмотрены двадцать зашумленных реализаций данных сигналов.

При помощи двух изложенных методов, были оценены полюсы z_1, z_2 . На рис. 1 показано истинное значение полюсов сигналов и оценки параметров каждого из сигналов y_1 и y_2 , полученные классическим и модифицированным ММП, который обрабатывает два сигнала одновременно. Как можно видеть оценки для полюсов в первом случае имеют больший разброс относительно истинных значений полюсов, чем во втором.

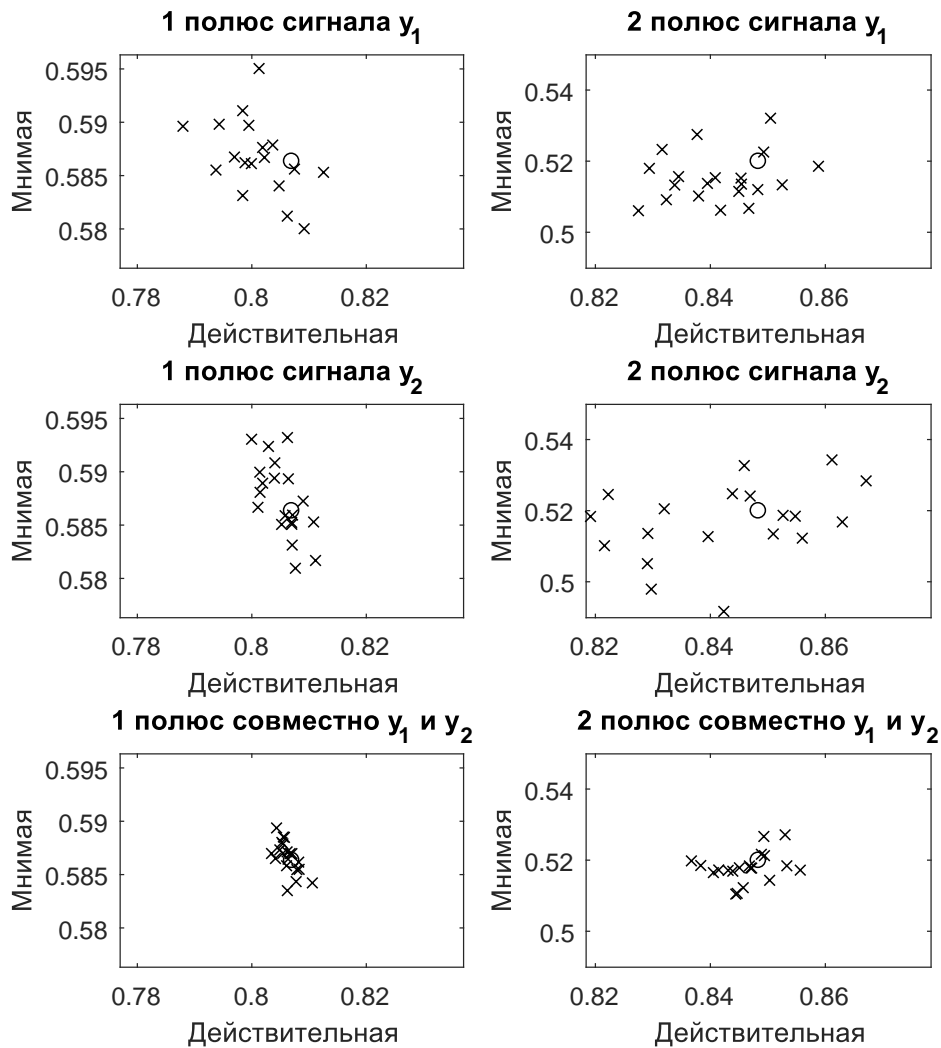


Рис. 1. Оценки и истинные значения полюсов сигнала при помощи классического и модифицированного метода матричных пучков (реальное значение полюсов $z_1 = 0,8070 + 0,5863j$ и $z_2 = 0,8484 + 0,5199j$ отмечено кружком, а оцененное – крестиком)

Среднее значение получившихся (по 20 реализациям) полюсов сигнала \hat{z}_1, \hat{z}_2 , их разница с истинными значениями z_1, z_2 , среднеквадратичное отклонение (СКО), а также время работы приведены в таблице.

Сравнение методов

	ММП, для y_1	ММП, для y_2	Векторный ММП
Ср. значение \hat{z}_1	$0,8066 + 0,5864i$	$0,8062 + 0,5876i$	$0,8069 + 0,5866i$
СКО \hat{z}_1	0,0050	0,0042	0,0017
Разница $z_1 - \hat{z}_1$	$4,43e-04 - 5,80e-05i$	$0,0008 - 0,0013i$	$6,88e-05 - 2,46e-04i$
Ср. значение \hat{z}_2	$0,8473 + 0,5199i$	$0,8420 + 0,5192i$	$0,8479 + 0,5197i$
СКО \hat{z}_2	0,0076	0,0169	0,0037
Разница $z_2 - \hat{z}_2$	$0,0011 - 0,0001i$	$0,0064 + 0,0007i$	$5,04e-04 + 2,14e-04i$
Время работы, с	0,0571		0,0418

Как можно видеть, модифицированный метод матричных пучков, используя совместную оценку двух сигналов, дает более точную оценку полюсов, а также выигрывает по быстродействию.

Пример 2. Далее рассмотрим сигналы, полученные с двух пространственно разнесенных датчиков движения измерительных трубок кориолисового расходомера. В соответствии с принципами работы кориолисова расходомера, сигналы должны иметь одинаковую частоту, но разные фазы (при наличии потока измеряемой жидкости) и амплитуды (в силу не возможности абсолютной идентичности правой и левой частей расходомера). Сигналы представлены на рис. 2.

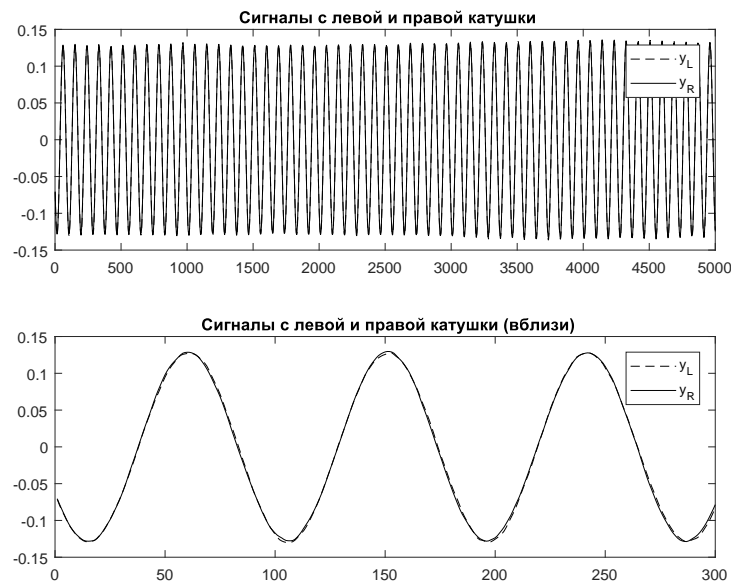


Рис. 2. Сигналы с кориолисового расходомера

Данные реальные сигналы были обработаны с окном в $N = 100$ и частотой дискретизации $F_s = 8192$ Гц при помощи классического и модифицированного метода матричных пучков. Для частоты сигналов было получено значение 90,3 Гц с СКО, равным 0,25 для классического и 0,11 для модифицированного ММП. Разность фаз составила 0,015 с СКО, равным 0,0164 и 0,0029 соответственно.

На рис. 3 приведены значения амплитуды сигналов расходомера с левой и правой катушек. Как можно видеть, модифицированный ММП дает существенно меньшую дисперсию и в оценке этого параметра.

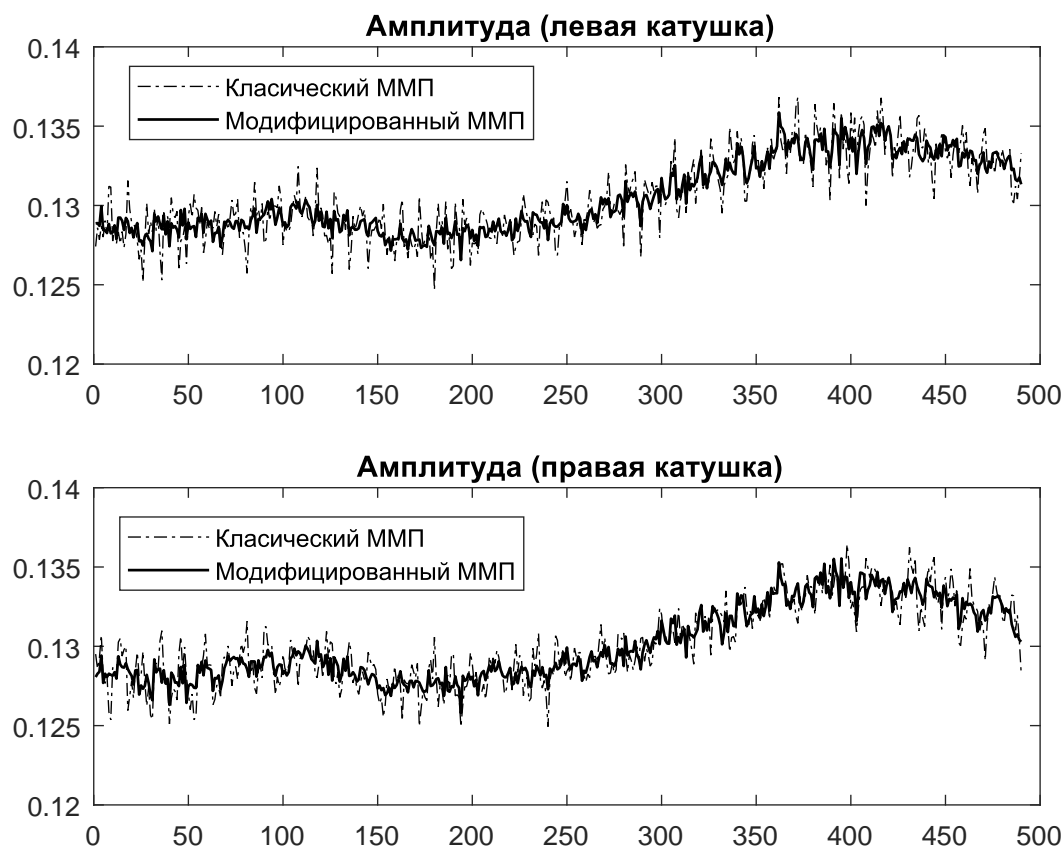


Рис. 3. Значения амплитуды сигналов с правой и левой катушек

Итак, при определении всех параметров (частота, амплитуды, разность фаз) дисперсия оценки данного параметра в случае применения модифицированного ММП меньше, чем для классического. Кроме того, модифицированный ММП при нахождении данных параметров выигрывает и по быстродействию (примерно в 1,5 раза быстрее, чем классический ММП).

Заключение

В данной работе предложена модификация метода матричных пучков для векторных процессов. Результатами моделирования работы алгоритмов подтверждено, что модифицированный ММП быстрее и точнее находит параметры векторного процесса, чем классический ММП. Дальнейшие исследования предполагают разработку рекуррентного ММП для векторных процессов, т.е. на обобщение статьи [15].

Работа проводилась при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации прикладных научных исследований «Разработка отечественного массового кориолисового расходомера для нефтегазовой промышленности»

с функцией измерения расхода многофазных потоков». Соглашение № 14.578.21.0191 от 03 октября 2016 года. Уникальный идентификатор прикладных научных исследований RFMEFI57816X0191.

Литература

1. Marple, S.L. Digital Spectral Analysis: with Applications / S.L. Marple. – Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1987.
2. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко. – СПб.: Питер, 2002.
3. Rabiner, L.R. Theory and Application of Digital Signal Processing / L.R. Rabiner, B. Gold. – Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1975.
4. Henry, M.P. Prism Signal Processing for Sensor Condition Monitoring / M.P. Henry, O. Bushuev, O. Ibryaeva // 2017 IEEE 26th International Symposium on Industrial Electronics ISIE 2017 (Edinburgh, UK, 19–21 June 2017). – 2017. – P. 1404–1411.
5. Huang, N.E. A Review on Hilbert – Huang Transform: Method and Its Applications to Geophysical Studies / N.E. Huang, Z. Wu // Reviews of Geophysics. – 2008. – V. 46, № 2. – P. 1–23.
6. Prony, G. Essai experimental et analytique: sur les lois de la dilatabilite de fluides elastiques et sur celles de la force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, a differentes temperatures / G. Prony // Journal de l'Ecole polytechnique floreal et plairia. – 1795. – V. 1, № 2. – P. 24–76.
7. Kumaresan, R. A Prony Method for Noisy Data: Choosing the Signal Components and Selecting the Order in Exponential Signal Models / R. Kumaresan, D.W. Tufts, L.L. Scharf // Proceedings of the IEEE. – 1984. – V. 72, № 2. – P. 230–233.
8. Hua, Y. Matrix Pencil Method for Estimating Parameters of Exponentially Damped/Undamped Sinusoids in Noise / Y. Hua, T.K. Sarkar // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 1990. – V. 38, № 5. – P. 814–824.
9. Sarrazin, F. Comparison Between Matrix Pencil and Prony Methods Applied on Noisy Antenna Responses / F. Sarrazin, A. Sharaiha, P. Pouliguen // Loughborough Antenna and Propagation Conference. – Лафборо, 2011. – P. 1–4.
10. Patton, R. Fault Diagnosis in Dynamic Systems: Theory and Application / R. Patton, P. Frank P, R. Clark. – Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1989.
11. Воскресенский, Д.И. Активные фазированные антенные решетки / Д.И. Воскресенский, А.П. Канащенков. – М.: Радиотехника, 2004.
12. Enrique, J. Comparison between the Matrix Pencil Method and the Fourier Transform Technique for High-Resolution Spectral Estimation / J. Enrique, F. Rio, T.K. Sarkar // Digital Signal Processing. – 1996. – V. 6. – P. 108–125.
13. Lu, B. Improved Matrix Pencil Methods / B. Lu, D. Wei, B.L. Evans // Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers. – 1998. – V. 2. – P. 1433–1437.
14. Steffens, A. An Efficient Quantum Algorithm for Spectral Estimation / A. Steffens, P. Rebentrost, I. Marvian // New Journal of Physics. – 2017. – V. 19. – Article ID 033005. – 14 p.
15. Ibryaeva, O.L. Recursive Matrix Pencil Method / O.L. Ibryaeva // IEEE Explore, II International Conference on Measurements, Chelyabinsk, 16–19 October, 2017.

Манус Патрик Генри, профессор, департамент инженерных наук, Оксфордский университет (г. Оксфорд, Великобритания), manus.henry@eng.ox.ac.uk.

Ольга Леонидовна Ибряева, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедры «Вычислительная математика и высокопроизводительные процессы», Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск, Российская Федерация), ibriaevaol@susu.ru.

Данил Дмитриевич Салов, студент высшей школы электроники и компьютерных наук, кафедра «Автоматика и управление», Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск, Российская Федерация), salovdd@yandex.ru.

Александр Сергеевич Семенов, кандидат технических наук, кафедра «Информационно-измерительная техника», Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск, Российская Федерация), 560101@rambler.ru.

Поступила в редакцию 13 ноября 2017 г.

MSC 94A12

DOI: 10.14529/mmp170409

MATRIX PENCIL METHOD FOR ESTIMATION OF PARAMETERS OF VECTOR PROCESSES

M.P. Henry¹, O.L. Ibrayeva², D.D. Salov², A.S. Semenov²

¹University of Oxford, Oxford, United Kingdom

²South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

E-mail: manus.henry@eng.ox.ac.uk, ibriaevaol@susu.ru, salovdd@yandex.ru, 560101@rambler.ru

The paper considers one of the modern parametric methods of signal processing – the matrix pencil method (MPM). The method makes it possible to effectively estimate signal parameters from its samples which is the sum of complex exponentials. The number of exponentials is not assumed to be known in advance and can also be estimated using a singular value decomposition of a matrix constructed from the signal samples. The object of this work is a vector process – a set of signals having the same frequencies and damping factors (i.e., the same poles of the signal), but different complex amplitudes. Such signals occur, for example, when considering a phased array antenna, when it is necessary to evaluate the parameters of a signal generated by the same sources but coming from many antenna elements with their amplitudes and phases. A similar problem arises in the evaluation of signals parameters from two spatially-distributed motion sensors of a Coriolis flowmeter. When processing several signals with classical MPM, we obtain several different sets of poles of these signals, which then, for example, need to be averaged to obtain the desired values of the poles assumed to be the same for all signals. The proposed modification of the MPM works with the entire set of signals at once, giving one set of signal poles, and at the same time it proves to be more effective both in terms of speed and in the accuracy of determining the signal parameters. The algorithms of the classical MPM and its modifications for the vector process are presented, as well as numerical experiments with model and real signals taken from one of the commercially available Coriolis flowmeters Du15. Experiments show that the proposed algorithm yields more accurate results in a shorter (approximately 1,5 times) time than the classical MPM

Keywords: matrix pencil method; parametric methods of signal processing; sum of complex exponentials; singular value decomposition; vector processes.

References

1. Marple S.L. *Digital Spectral Analysis: with Applications*. Upper Saddle River, Prentice-Hall, 1987.
2. Sergienko, A.B. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Digital Signal Processing]. Saint Petersburg, Piter, 2002. (in Russian)
3. Rabiner L.R., Gold B. *Theory and Application of Digital Signal Processing*. Upper Saddle River, Prentice-Hall, 1975.
4. Henry M.P., Bushuev O., Ibryaeva O. Prism Signal Processing for Sensor Condition Monitoring. *2017 IEEE 26th International Symposium on Industrial Electronics ISIE 2017 (Edinburgh, UK, 19-21 June 2017)*, 2017, pp. 1404–1411. DOI:10.1109/ISIE.2017.8001451
5. Huang N.E., Wu Z. A Review on Hilbert – Huang Transform: Method and Its Applications to Geophysical Studies. *Reviews of Geophysics*, 2008, vol. 46, no. 2, pp. 1–23. DOI:10.1029/2007RG000228.
6. Prony G. Essai experimental et analytique: sur les lois de la dilatabilite de fluides elastiques et sur celles de la force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, a differentes temperatures. *Journal de l'Ecole polytechnique floreal et plairia*, 1795, vol. 1, no. 22, pp. 24–76. (in French)
7. Kumaresan R., Tufts D.W., Scharf L.L. A Prony Method for Noisy Data: Choosing the Signal Components and Selecting the Order in Exponential Signal Models. *Proceedings of the IEEE*, 1984, vol. 72, no. 2, pp. 230–233. DOI: 10.1109/PROC.1984.12849
8. Hua Y., Sarkar T.K. Matrix Pencil Method for Estimating Parameters of Exponentially Damped / Undamped Sinusoids in Noise. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1990, vol. 38, no. 5, pp. 814–824. DOI: 10.1109/29.56027
9. Sarrazin F., Sharaiha A., Pouliguen P. Comparison Between Matrix Pencil and Prony Methods Applied on Noisy Antenna Responses. *Loughborough Antenna and Propagation Conference*, Loughborough, 2011, pp. 1–4.
10. Patton R.J., Frank P.M., Clarke R.N. *Fault Diagnosis in Dynamic Systems: Theory and Application*. Upper Saddle River, Prentice-Hall, 1989.
11. Voskresenskii D.I. *Aktivnye fazirovannye antennye reshetki* [Active Phased Array Antennas], Moscow, Radiotekhnika, 2004. (in Russian)
12. Enrique J., Rio F., Sarkar T.K. Comparison Between the Matrix Pencil Method and the Fourier Transform Technique for High-Resolution Spectral Estimation. *Digital Signal Processing*, 1996, vol. 6, pp. 108–125.
13. Biao Lu, Dong Wei, Evans B.L., Bovik A.C. Improved Matrix Pencil Methods. *Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, 1998, vol. 2, pp. 1433–1437. DOI: 10.1109/ACSSC.1998.751563
14. Steffens A., Rebentrost P., Marvian I. An Efficient Quantum Algorithm for Spectral Estimation. *New Journal of Physics*, 2017, vol. 19, Article ID 033005. DOI: 10.1088/1367-2630/aa5e48
15. Ibryaeva O.L. Recursive Matrix Pencil Method. *IEEE Explore, II International Conference on Measurements*, Chelyabinsk, 2017.

Received November 13, 2017