

К 30-летию СЕМИНАРА ПО УРАВНЕНИЯМ СОБОЛЕВСКОГО ТИПА

А.В. Келлер, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж,
Российская Федерация

Математика является прекрасным, увлекательным предметом, полным воображения, фантазии и творчества, которое ограничивается не мелочами физического мира, а лишь силой нашего внутреннего света.

Грегори Джон Хайтин

Научный семинар «Уравнения соболевского типа» проработал 30 лет, состоялось более 1200 заседаний. Доклады на этом семинаре имели разный характер: обсуждение новых задач и их решений, представление научной статьи коллег, апробация результатов диссертационного исследования, изучение истории математики, поиск возможных направлений междисциплинарных исследований. Менялось место работы семинара: он родился и 14 лет проработал в стенах Челябинского государственного университета, и вот уже на протяжении 16 лет работает в Южно-Уральском государственном университете. Менялось количество и состав участников, все более широкой становилась география участников. В первые годы работы семинара это были преподаватели одной кафедры университета, в последние годы докладчиками семинара были ученые и аспиранты не только Южно-Уральского государственного университета, но и Университета Претория (ЮАР), Университета и Технологического университета Багдада (Республика Ирак), Воронежских государственного и государственного технического университетов, Югорского государственного университета (Ханты-Мансийск), Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого (Великий Новгород), Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина (Екатеринбург), Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова, Ижевского государственного технического университета им. М.Т. Калашникова и др. Неизменными на протяжении десятков лет стали основное математическое направление, руководитель и день работы семинара – каждую субботу профессор Георгий Анатольевич Свиридюк начинает работу семинара по уравнениям соболевского типа.

Первые годы семинар не имел названия, его заседания были совсем не похожи на те, которые проходят сейчас. Первых участников семинара было трое – Свиридюк Георгий Анатольевич, Ушаков Владимир Игнатьевич и Воронин Сергей Михайлович, собирались они по субботам, и постоянным докладчиком был Г.А. Свиридюк, который представлял результаты своих научных исследований – его метод фазового пространства для исследований феномена уравнений соболевского типа. В 1993 году докладчик успешно защитил докторскую диссертацию, что стало и первым результатом работы семинара, и мощной отправной точкой для его последующего развития.

Затем Г.А. Свиридюк открыл аспирантуру, и не только стал руководителем научного семинара, но и начал активно приглашать участвовать в его работе и сотрудников и студентов кафедры математического анализа ЧелГУ.

Спустя десятилетие в составе участников уже были кандидаты и доктора наук, первые доклады которых по своим диссертационным исследованиям были сделаны на этом научном семинаре. Трудный путь первых лет работы семинара – это кропотливое привитие научной культуры молодым математикам, это развитие связей с крупнейшими российскими и зарубежными школами по исследованию неклассических уравнений математической физики. К отечественным относятся иркутская школа – во главе с Н.А. Сидоровым, Ю.Е. Бояринцевым, В.Ф. Чистяковым, М.В. Фалалеевым, екатеринбургская – во главе с И.В. Мельниковой, новосибирская, ярчайшими представителями которой являются Г.В. Демиденко, А.И. Кожанов и С.Г. Пятков, московская – во главе с С.В. Успенским, М.О. Корпусовым. За рубежом исследования ведутся А. Фавини (Италия), А. Яги (Япония), Р.Е. Шоултером (США). В конечном итоге, именно активная работа научного семинара и его руководителя внесла вклад в становлении челябинской научной школы по уравнениям соболевского типа.

Пятнадцать лет работы семинара позволили подвести первые итоги [1], затем эти итоги будут подводиться каждые пять лет [2, 3]. Научный семинар ставил и ставит своей целью обсуждение результатов активного научного поиска в области уравнений соболевского типа челябинской школы по созданию общей теории с использованием метода фазового пространства и теории вырожденных полугрупп, а также разработки конкретных приложений. Челябинская школа по этому направлению исследований имеет мировой приоритет.

«Переезд» семинара в стены Южно-Уральского государственного университета в 2005 году привнес ряд новых задач и новых направлений исследований. Немало этому способствовал и тот факт, что уже были закончены качественные исследования задачи Шоултера – Сидорова для уравнений соболевского типа [4], что позволило начать количественные исследования прикладных задач. Все чаще в темах докладов появляются словосочетания «численный метод», «математическая модель», «вычислительные эксперименты» и т.д. В этот период формируются и основные направления современных исследований челябинской школы по уравнениям соболевского типа: уравнения соболевского типа высокого порядка [5, 6]; полулинейные уравнения соболевского типа и задачи оптимального управления для них [7, 8]; начально-конечные задачи для уравнений соболевского типа [9, 10]; численное решение задач оптимального управления для систем леонтьевского типа [11, 12]. Отметим, что все четыре направления исследования привели к успешной защите четырех докторских диссертаций в течение последующих десяти лет.

Через несколько лет работы семинара в ЮУрГУ совместные прикладные исследования были начаты двумя научными школами – профессоров А.Л. Шестакова и Г.А. Свиридюка [13]. Результаты аналитических и численных исследований привели к созданию теории оптимальных динамических измерений [14–17] – нового математического аппарата для решения задачи восстановления динамически искаженного сигнала. В рамках этих же исследований одной из задач является восстановление сигнала, искаженного шумами. Кроме того, многие прикладные задачи также могли быть исследованы при условии случайных внешних воздействий.

Теория стохастических уравнений соболевского типа разрабатывается коллективом научной школы в различных направлениях. Первое направление – линейные стохастические уравнения соболевского типа с традиционным белым шумом – основано на подходе Ито – Стратоновича – Скорохода [18, 19]. Второе направление основано на подходе Нельсона – Гликлиха, где под «белым шумом» понимается производная Нельсона – Гликлиха винеровского процесса. Новая концепция «белого шума» в конечномерных и бесконечномерных пространствах была предложена в [20], причем были построены пространства дифференцируемых конечномерных «шумов». Дальнейшее развитие исследований линейных стохастических уравнений соболевского типа в пространствах дифференцируемых «шумов» было продолжено в работах [21–23], выполненных совместно с профессором А.Фавини в рамках договора о содружестве с Болонским университетом (Италия). Исследование стохастических уравнений соболевского типа и в настоящее время является основным направлением научных исследований челябинской научной школы.

Для решения прикладных задач важным является исследование неотрицательных решений, т.е. интересны такие математические модели естественных процессов, которые обладают свойством – использование неотрицательных данных приводит к получению неотрицательных решений. Появилась задача, используя методы теории позитивных полугрупп, получить необходимые и достаточные условия позитивности вырожденных голоморфных групп операторов в соболевых пространствах последовательностей. В [24] изложены эти условия и получены позитивные решения линейных уравнений соболевского типа. Становление этого нового направления проходит совместно с профессором Университета Претория (ЮАР) Я. Бонасяком [25], автором известной монографии по теории позитивных полугрупп.

Необходимо отметить и еще несколько активно развивающихся направлений исследований: уравнения соболевского типа в пространствах дифференциальных форм [26]; нестационарные уравнения соболевского типа [27]; мультиточечные задачи и задача Коши – Вентцелля для уравнений соболевского типа [28, 29].

Хочется пожелать всем участникам научного семинара и его руководителю ярких творческих успехов, развития международного сотрудничества, хороших учеников и сохранения традиций!

Литература

1. Свиридюк, Г.А. К пятидесятилетию семинара по уравнениям соболевского типа / Г.А. Свиридюк // Вестник МаГУ. Математика. – Магнитогорск: МаГУ, 2006. – Вып. 9. – С. 167–176.
2. Келлер, А.В. К двадцатилетию семинара по уравнениям соболевского типа / А.В. Келлер // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2011. – Т. 25 (242), вып. 9. – С. 119–121.
3. Буряк, Е.М. Семинару по уравнениям соболевского типа четверть века / Е.М. Буряк, Т.К. Плышевская, А.Б. Самаров // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2017. – Т. 10, № 1. – С. 165–169.
4. Свиридюк, Г.А. Задача Шоултера – Сидорова как феномен уравнений соболевского типа / Г.А. Свиридюк, С.А. Загребина // Известия Иркутского государственного университета. Серия: Математика. – 2010. – Т. 3, № 1. – С. 104–125.

5. Замышляева, А.А. Математические модели соболевского типа высокого порядка / А.А. Замышляева // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2014. – Т. 7, № 2. – С. 5–28.
6. Замышляева, А.А. Фазовое пространство модифицированного уравнения Буссинеска / А.А. Замышляева, Е.В. Бычков // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2012. – № 18 (277), вып. 12. – С. 13–19.
7. Манакова, Н.А. Оптимальное управление решениями начально-конечной задачи для линейной модели Хоффа / Н.А. Манакова, А.Г. Дыльков // Математические заметки. – 2013. – Т. 94, № 2. – С. 225–236.
8. Богатырева, Е.А. Численное моделирование процесса неравновесной противоточной капиллярной пропитки / Е.А. Богатырева, Н.А. Манакова // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2016. – Т. 56, № 1. – С. 125–132.
9. Загребина, С.А. Начально-конечные задачи для неклассических моделей математической физики / С.А. Загребина // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2013. – Т. 6, № 2. – С. 5–24.
10. Загребина, С.А. Начально-конечная задача для уравнений соболевского типа с сильно (L, p) -радиальным оператором / С.А. Загребина // Математические заметки ЯГУ. – 2012. – Т. 19, № 2. – С. 39–48.
11. Келлер, А.В. Алгоритм решения задачи Шоултера – Сидорова для моделей леонтьевского типа / А.В. Келлер // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2011. – № 4 (221), вып. 7. – С. 40–46.
12. Келлер, А.В. Об алгоритме решения задач оптимального и жесткого управления / А.В. Келлер // Программные продукты и системы. – 2011. – № 3. – С. 42.
13. Шестаков, А.Л. Новый подход к измерению динамически искаженных сигналов / А.Л. Шестаков, Г.А. Свиридюк // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2010. – № 16 (192). – С. 116–120.
14. Шестаков, А.Л. Численное решение задачи оптимального измерения / А.Л. Шестаков, А.В. Келлер, Е.И. Назарова // Автоматика и телемеханика. – 2012. – № 1. – С. 107–115.
15. The Numerical Algorithms for the Measurement of the Deterministic and Stochastic Signals / A.V. Keller, A.L. Shestakov, G.A. Sviridyuk, Yu.V. Khudyakov // Springer Proceedings in Mathematics and Statistics. – Cham; Heidelberg; New York; Dordrecht; London: Springer, 2015. – V. 113. – P. 183–195.
16. Shestakov, A.L. Dynamical Measurements in the View of the Group Operators Theory / A.L. Shestakov, G.A. Sviridyuk, Y.V. Khudyakov // Semigroups of Operators – Theory and Applications. – Cham; Heidelberg; New York; Dordrecht; London: Springer, 2015. – P. 273–286.
17. Shestakov, A.L. The Optimal Measurements Theory as a New Paradigm in the Metrology / A.L. Shestakov, A.V. Keller, A.A. Zamyshlyeva, N.A. Manakova, S.A. Zagrebina, G.A. Sviridyuk // Journal of Computational and Engineering Mathematics. – 2020. – V. 7, № 1. – P. 3–23.
18. Zamyshlyeva, A.A. The Linearized Benney – Luke Mathematical Model with Additive White Noise / A.A. Zamyshlyeva, G.A. Sviridyuk // Semigroups of Operators – Theory and Applications. – Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer, 2015. – P. 327–337.

19. Zagrebina, S.A. The Stochastic Linear Oskolkov Model of the Oil Transportation by the Pipeline / S.A. Zagrebina, E.A. Soldatova, G.A. Sviridyuk // *Semigroups of Operators – Theory and Applications*. – Cham; Heidelberg; New York; Dordrecht; London: Springer, 2015. – V. 113. – P. 317–325.
20. Свиридюк, Г.А. Динамические модели соболевского типа с условием Шоултера – Сидорова и аддитивными шумами / Г.А. Свиридюк, Н.А. Манакова // *Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование*. – 2014. – Т. 7, № 1. – С. 90–103.
21. Favini, A. Linear Sobolev Type Equations with Relatively p -Sectorial Operators in Space of «Noises» // A. Favini, G.A. Sviridyuk, N.A. Manakova // *Abstract and Applied Analysis*. – 2015. – V. 2015. – Article ID 697410. – 8 p.
22. Favini, A. One Class of Sobolev Type Equations of Higher Order with Additive «White Noise» / A. Favini, G.A. Sviridyuk, A.A. Zamyshlyeva // *Communications on Pure and Applied Analysis*. – 2016. – V. 15, № 1. – P. 185–196.
23. Favini, A. Linear Sobolev Type Equations with Relatively p -Radial Operators in Space of «Noises» / A. Favini, G.A. Sviridyuk, M.A. Sagadeeva // *Mediterranean Journal of Mathematics*. – 2016. – P. 1–15.
24. Соловьева, Н.Н. Позитивные решения уравнений соболевского типа / Н.Н. Соловьева, С.А. Загребина, Г.А. Свиридюк // *Математические методы в технике и технологиях – ММТТ*. – 2020. – Т. 8. – С. 12–15.
25. Banasiak, J. Positive Solutions to Sobolev Type Equations with Relatively p -Sectorial Operators / J. Banasiak, N.A. Manakova, G.A. Sviridyuk // *Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование*. – 2020. – Т. 13, № 2. – С. 17–32.
26. Kitaeva, O.G. Exponential Dichotomies in Barenblatt-Zhel'tov-Kochina Model in Spaces of Differential Forms with "Noise" // O.G. Kitaeva, D.E. Shafranov, G.A. Sviridyuk // *Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование*. – 2019. – Т. 12, № 2. – С. 47–57.
27. Сагадеева, М.А. Вырожденные потоки разрешающих операторов для нестационарных уравнений соболевского типа / М.А. Сагадеева // *Вестник ЮУрГУ. Серия: Математика. Механика. Физика*. – 2017. – Т. 9, № 1. – С. 22–30.
28. Sagadeeva, M.A. Optimal Control of Solutions of a Multipoint Initial-final Problem for Non-Autonomous Evolutionary Sobolev Type Equation / M.A. Sagadeeva, S.A. Zagrebina, N.A. Manakova // *Evolution Equations and Control Theory*. – 2019. – V. 8, № 3. – P. 473–488.
29. Goncharov, N.S. The Heat Conduction Model Involving Two Temperatures on the Segment with Wentzell Boundary Conditions // N.S. Goncharov, G.A. Sviridyuk // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2019. – V. 1352, № 1. – Article ID: 012022.

Алевтина Викторовна Келлер, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры прикладной математики и механики, Воронежский государственный технический университет (г. Воронеж, Российская Федерация), alevtinak@inbox.ru.