УДК 532.529:541.182 **DOI: 10.14529/mmp210104**

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В НЕОДНОРОДНО НАГРЕТОЙ ПОЛЯРИЗУЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

С.И. Мартынов, Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация

Рассматривается модель перемещения частицы в неоднородно нагретой поляризующейся жидкости. Предполагается, что диэлектрическая проницаемость жидкости зависит от температуры, коэффициенты температуропроводности частиц и жидкости различны, а распределение температуры не зависит от движения жидкости, что соответствует малым числам Пекле. Динамика жидкости рассматривается в приближении малых чисел Рейнольдса с учетом объемной силы, действующей на нее со стороны электрического поля при наличии градиента температуры. Перемещение частицы обусловлено действием сил, как со стороны самой жидкости, так и приложенного внешнего электрического поля. В линейном приближении по заданным градиентам температуры и приложенного внешнего электрического поля получено общее выражения для силы, действующей на частицы в такой жидкости и проведен качественный анализ их перемещения в результате перекрестного действия градиента температуры и электрического поля.

Ключевые слова: градиент температуры; поляризующаяся жидкость; частицы; электрическое поле; сила взаимодействия.

Введение

Разделение веществ бинарной смеси в неоднородном температурном поле называется термодиффузией или эффектом Людвига – Соре [1]. Отношение коэффициента термодиффузии к коэффициенту обычной диффузии называется коэффициентом Соре и обычно обозначается, как S. Известно, что в молекулярных системах – смесях газов, жидкостей, растворах солей значения коэффициента S весьма незначительны, что делает проблематичным использование явления термодиффузии в прикладных задачах. В дисперсных системах таких, как коллоидные растворы, суспензии ситуация с практическим применением эффекта Людвига – Соре иная. Как известно, перенос микрочастиц под действием неоднородного температурного поля носит название термофореза. Долгое время считалось, что термофорез характерен только для аэрозолей для и поэтому рассматривалась теоритические модели переноса именно аэрозольных частиц [2]. Но в недавних экспериментах [3, 4] с магнитными жидкостями в однородном магнитном поле было обнаружено интенсивное миграционное движение твердых коллоидных частиц при наличии градиента температуры. Магнитные жидкости представляют собой синтетическую дисперсную систему жидкость-частицы. Магнитные свойства такой системы определяются магнитными свойсвами частиц, диспергированных в жидкость носитель. Примером молекулярной жидкости, обладающей сильными магнитными свойствами, является жидкий кислород. Характерное значение коэффициента Соре термодиффузионного движения частиц в эксперименте оказалось на два-три порядка больше максимальных значений для молекулярных систем. Такие результаты дают основание для использования термодиффузии в дсперсных системах в различных прикладных задачах. Причем, более практичным представлется использование термодиффузии в дисперсных системах на основе поляризующейся жидкости носителя. Это связано, как широким распространением таких систем в практических приложениях, так и с натуральными системами, имеющимися в окружающей нас природе. В этом случае поляризация системы определяется, главным образом, свойствами молекул жидкости-носителя. Поляризация диспергированных частиц вносит вклад в общую поляризацию системы пропорционально объемной концентрации самих частиц и разницы между коэффициентами диэлектрической проиницаемости жидкости и частиц. Однако имеются трудности с теоретическим обоснованием значения коэффициента Соре в таких системах. Это связано со сложностью моделирования динамики частиц в самих диспесрных системах. Например, в [5, 6] делаются попытки теоретически обосновать результаты экспериментов в рамках различных моделей, в которых магнитная жидкость рассматривается, как сплошная среда. Такое приближение предполагает введение эффективных параметров, характеризующими ее свойства, такие, например, как эффективные коэффициенты вязкости и температупроводности. Однако определение таких эффективных параметров является нетривиальной теоретической или экспериментальной задачей. Кроме того, значения таких коэффициентов зависит от характера течения самой жидкости. Например, известно, что коэффициент эффективной вязкости суспензии для различных реологических течений жидкости имеет различное значение. Существенный вклад в значения таких коэффициентов дает межчастичное взаимодействие, которое имеет место в дисперсных системах и связано с возмущением самими частицами потока жидкости и магнитного поля. В случае поляризцющейся жидкости носителя предлагается моделировать диспесрную систему, как систему: несущая вязкая жидкость с помещенными в ней частицами. При этом необходимо учитывать динамику, как самой жидкости, так и динамику каждой частицы, помещенной в ней. Такой подход к моделированию требует учета сил, как гидродинамического, так и электрического взаимодействия между частицами.

Известно, что однородное распределение температуры и электрического поля не создает силы, действующей, как на жидкость, так и на частицы в рамках такой модели дисперсных систем. Неоднородное распределение температуры приводит к появлению силы, действующей на жидкость носитель, и меняет распреление электрического поля в системе. Это все вместе и создает силу, перемещающую частицы в определенном направлении. Наличие такой силы в намагничивающейся или поляризующейся неоднородно нагретой жидкости было теоретически показано в работах [7, 8]. Однако выражение для силы, действующей на частицу, были получены при различных упрощениях. Например, в работе [8] считалось, что коэффициенты теплопроводности частицы и жидкости одинаковые.

Актуальность исследований по переносу частиц в неоднородно нагретой жидкости в магнитных или электрических полях связано так же с технологиями добычи трудно извлекаемых запасов нефти [9] и механизмами перемещения наномоторов [10, 11]. Одним из перспективных методов воздействия на пласт с трудно извлекаемыми запасами нефти является использование электромагнитного поля, которое одновременно разогревает нефть и создает силу, перемещающую ее в коллекторе. Эксперименты показывают, что при использовании магнитной жидкости в качестве вспомогательного агента вытеснения нефти из пласта коэффициент подвижности нефти увеличился в 9,3 раза [9]. Другая современная область исследований, связанная с переносом частиц в неоднородно нагретой жидкости, это создание синтетических наномоторов, механизм перемещения которых связан с воздействием электрического или магнитного поля. Наличие неоднородного температурного поля обусловлено практическими условиями их применения, например, использование наномоторов в целях доставки терапевтической нагрузки в больные клетки человека. Во всех случаях необходимо модель переноса частиц в жидкости при наличии температурного и магнитного или электрического полей. Ниже дается модель перемещения частицы в неоднородно нагретой поляризующейся жидкости.

1. Модель перемещения частицы в неоднородно нагретой поляризующейся жидкости

Создание двойного электрического слоя вокруг частиц является одним из способов предотвращения коагуляции частиц в жидких дисперсных системах. Перенос частицы в такой жидкости при наличии градиента температуры и электрического поля определяется силами, действующими на нее со стороны жидкости и поля. Рассмотрим сферическую частицу радиуса a, помещенную в жидкость вязкости η и скоростью $\mathbf{u}$, в которой имеются ионы двух сортов: отрицательно и положительно заряженные с некоторыми эффективными концентрациями n_1 и n_2, зарядами e_1 и $e_2 = -e_1 = e > 0$, скоростями v_1 и v_2, подвижностью b_1 и b_2, коэффициентами диффузии D_1 и D_2, связанные с подвижностями ионов соотношениями Эйнштейна $D_i = kTb_i, i = 1, 2$. Будем предполагать, что в объеме среды не протекают реакции диссоциации нейтральных молекул на положительные и отрицательные ионы и процессы рекомбинации ионов. Однако на поверхности частицы может происходит каталитическая реакция жидкости, приводящая к появлению ионов разного знака. Такие реакции характерны для синтетических наномоторов в виде янус-частиц, механизм перемещения которых основан на так называемом автоэлектрофорезе. Суть этого механизма в том, что на поверхности частицы накапливаются заряды разных знаков и их можно рассматривать как диполь с моментом $\mathbf{P}$. Вокруг частицы создается электрическое поле напряженности $\mathbf{E}$, соответствующее полю диполя с таким моментом. Под действием этого поля ионы вокруг частицы приводят в движение жидкость, течение которой и формирует силу, перемещающую частицу. Течение жидкости может быть сформирована и действием внешнего электрического поля.

Механизм действия температуры на перемещение частицы в электрическом поле следующий. Неоднородное температурное поле меняет распределение ионов в жидкости и, следовательно, формируемое их движением течение жидкости. Кроме того, наличие неоднородного температурного поля приводит к изменению диэлектрической проницаемости окружающей частицу жидкости, что создает еще одну объемную силу, приводящую окружающую частицу жидкость в движение и создающую дополнительную силу, действующую на частицу.

Для вычисления силы, действующей на частицу и позволяющей описать динамику ее движения, необходимо знать распределения в жидкости скорости, давления, напряженности электрического поля и температуры. Будем предполагать, что параметры течения жидкости соответствуют малым числам Рейнольдса $Re << 1$ и Пекле $Pe << 1$. Уравнения распределения давления p, скорости u, температуры T_f в жидкости и в частице T_p в этом случае имеют вид:

$$\begin{gathered}\nabla \mathbf{u} = 0, \quad \mathbf{f} - \nabla p + \eta \Delta \mathbf{u} = 0, \\ \frac{\partial T_f}{\partial t} = -\chi_f \Delta T_f, \quad \frac{\partial T_p}{\partial t} = -\chi_p \Delta T_p. \end{gathered} \tag{1}$$

Выражении для силы $\mathbf{f}$, действующей на единицу объема жидкости, имеет следующий вид:

$$\mathbf{f} = q\mathbf{E} - \frac{E^2}{8\pi}\frac{\partial \varepsilon_f}{\partial T}\nabla T, \tag{2}$$

здесь ε_f – диэлектрическая проницаемость жидкости, q – объемный электрический заряд в жидкости.

Граничные условия на поверхности частицы записываются следующим образом:

$$\begin{gathered} u_i = V_{0i} + \Omega_{ij} x_j, \mid \mathbf{r} \mid = a, \\ T_f = T_p, \quad \chi_f \nabla T_f \cdot \mathbf{n} = \chi_p \nabla T_p \cdot \mathbf{n}, \quad \mid \mathbf{r} \mid = a. \end{gathered} \tag{3}$$

Здесь, вектор $\mathbf{V}_0$ обозначает линейную скорость частицы, Ω_{ij} – тензор угловой скорости частицы, $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, соединяющий центр частицы с произвольной точкой жидкости, χ_f и χ_p – коэффициенты температуропроводности жидкости и частицы, соответственно, $\mathbf{n}$ – вектор единичной нормали к поверхности частицы.

Далеко от частицы должны затухать возмущения от частицы

$$\mathbf{u} \to \mathbf{U}_0, \quad \nabla T_f \to \nabla T_{f0}, \quad p \to p_0 \quad \text{при} \mid \mathbf{r} \mid \to \infty, \tag{4}$$

здесь $\mathbf{U_0}$ – скорость, ∇T_{f0} – градиент температуры, p_0 – давление, заданные в жидкости далеко от частицы. Поскольку жидкость и частица взаимодействуют с электрическим полем, то необходимо записать уравнения для электрического поля в жидкости и частице. В приближении электродинамики они имеют следующий вид для жидкости:

$$\begin{gathered} \nabla \varepsilon_f \mathbf{E} = 4\pi q, \quad \nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad q = \sum_i e_i n_i, \\ \frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \mathbf{v}_i) = 0, \quad n_i \mathbf{v}_i = n_i \mathbf{u} \mp n_i b_i \mathbf{E} - D_i \nabla n_i, \qquad i = 1, 2. \end{gathered} \tag{5}$$

Внутри диэлектрической частицы уравнения поля имеют вид:

$$\nabla \varepsilon_p \mathbf{E} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{E} = 0, \tag{6}$$

здесь ε_p – диэлектрическая проницаемость частицы. С учетом того, что $\mathbf{E} = \nabla \varphi$, граничные условия на поверхности частицы имеют вид:

$$\varphi_f = \varphi_p, \quad \varepsilon_f \nabla \varphi_f \cdot \mathbf{n} = \varepsilon_p \nabla \varphi_p \cdot \mathbf{n}, \quad n_i \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{n} = \alpha_i \quad \text{при} \mid \mathbf{r} \mid = a. \tag{7}$$

Коэффициенты α_i определяют параметры поверхностных электрохимических процессов. Далеко от частицы в жидкости имеем следующие условия для электрического поля:

$$\mathbf{E} \to \mathbf{E}_0, \quad n_i = n_{i0} \quad \text{при} \mid \mathbf{r} \mid \to \infty. \tag{8}$$

здесь $\mathbf{E}_0$ и n_{i0} напряженность электрического поля и концентрация ионов далеко от частицы.

Решение приведенных выше уравнений позволяют определить силу, действующую на частицу со стороны жидкости и электрического поля. Линейная $\mathbf{V}_0$ и Ω_{ij} угловая скорости частицы определяются из уравнений динамики частиц, которые в безинерционном приближении имеют вид:

$$\mathbf{F}^{(e)} + \mathbf{F}^{(h)} = 0, \quad \mathbf{T}^{(e)} + \mathbf{T}^{(h)} = 0. \tag{9}$$

Здесь $\mathbf{F}^{(h)}$ и $\mathbf{T}^{(h)}$ сила и момент, действующие на частицу со стороны жидкости, $\mathbf{F}^{(e)}$ и $\mathbf{T}^{(e)}$ сила и момент, действующие на частицу со стороны электрического поля.

Необходимо отметить, что в неоднородно нагретой жидкости в поле силы тяжести возможно возникновение конвективного течения жидкости, которое влияет на перенос частицы. В поляризующейся жидкости такую же роль, как сила тяжести, играет объемная силы, определяемая градиентом поля $\alpha_f E\nabla E$, что позволяет использовать такие жидкости в качестве теплоносителей в невесомости. Поскольку предполагается, что коэффициенты поляризации $\alpha_f = (\varepsilon_f - 1)/4\pi$ зависят от температуры, то и градиенты соответствующих полей также могут быть обусловлены только неоднородностью температурного поля. Чтобы исключить влияние конвективного течения на перенос частицы, здесь и далее рассматриваются такие градиенты температуры, при которых конвекция в жидкости отсутствует. Соответствующие ограничения на величину градиента температуры получаются так же, как и в случае отсутствии конвекции в поле силы тяжести, и в данной работе не приводятся.

2. Определение силы, действующей на частицу

Для получения явных выражений сил необходимо подставить распределения скорости, давления, температуры, концентрации ионов и напряженности электрического поля в окружающей частицу жидкости, которые удовлетворяют приведенной выше системе уравнений. В общем случае найти решение данной системы уравнений представляет собой достаточно сложную задачу. В настоящей работе рассматривается случай квазистационарного движения частицы, когда параметры меняются так медленно, что производными по времени от параметров можно пренебречь по сравнению с другими членами уравнений. Кроме того, считается, что объемный заряд в жидкости $q = 0$, что соответствует одинаковой концентрации положительных и отрицательных ионов в жидкости. Распределения искомых величин будем искать в линейном приближении по заданному градиенту температуры ∇T_{f0}. Поскольку в рассматриваемой модели распределение температуры и напряженности электрического поля не связаны с решением гидродинамической задачи, то необходимо сначала найти решения уравнений теплопроводности и электрического поля в жидкости и частице с соответствующими граничными условиями. В выбранном приближении возмущения частицей потенциала электрического поля φ_f и поля температуры с заданными, соответственно, напряжением $\mathbf{E}_0$ и градиентом ∇T_{f0} на бесконечности удовлетворяют одинаковым уравнениям и граничным условиям. Поэтому и решения для температурного и электрического полей в жидкости вокруг частицы имеют одинаковы вид, приведенный ниже:

$$T_f = T_{f0} + (\nabla T_f)_0 \cdot \mathbf{x}\left(1 + \frac{\chi_f - \chi_p}{2\chi_f + \chi_p}\frac{a^3}{X^3}\right),$$
$$\varphi_f = \varphi_{f0} + \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{x}\left(1 + \frac{\varepsilon_f - \varepsilon_p}{2\varepsilon_f + \varepsilon_p}\frac{a^3}{X^3}\right).$$

Здесь под параметрами T_{f0} и φ_{f0} понимаются значения температуры и потенциала электрического поля в точке жидкости, занимаемой центром частицы, но как если бы ее там не было, $\mathbf{x}$ и X – соответственно радиус-вектор и его величина от центра частицы до произвольной точки в жидкости.

Найденные выражения для распределения температуры и потенциала магнитного поля позволяют определить силу $\mathbf{f}$, действующую на единицу объема жидкости. Будем полагать так же, что в линейном приближении по градиенту температуры градиент магнитной проницаемости представляется в следующем виде:

$$\nabla\varepsilon_f = \left(\frac{\partial\varepsilon_f}{\partial T}\right)_0 \nabla T_f.$$

Введем следующие обозначения

$$G = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{\partial\varepsilon_f}{\partial T}\right)_0, \quad A = \frac{\varepsilon_{f0} - \varepsilon_p}{2\varepsilon_{f0} + \varepsilon_p}, \quad B = \frac{\chi_f - \chi_p}{2\chi_f + \chi_p}.$$

Индексом «0» обозначены значения переменных величин в точке жидкости, занимаемой центром частицы. Учтем также, что напряженность магнитного поля в жидкости в отсутствии частицы определяется в линейном приближении по ∇T_{f0} как

$$\mathbf{E}_f = \mathbf{E}_0 \left[1 - \frac{1}{\varepsilon_{f0}}\left(\frac{\partial\varepsilon_f}{\partial T}\right)_0 (\nabla T_f)_0 \cdot \mathbf{x}\right].$$

Учитывая все сказанное выше получаем следующее выражение для силы $\mathbf{f}$:

$$\begin{gathered}\mathbf{f} = -G[E_0^2(\nabla T_f)_0 - E_0^2 B\frac{a^3}{X^3}(\nabla T_f)_0 + 3E_0^2 B\frac{a^3}{X^5}((\nabla T_f)_0 \cdot \mathbf{x})\mathbf{x} - \\ -2AE_0^2\frac{a^3}{X^3}(\nabla T_f)_0 + A^2E_0^2\frac{a^6}{X^6}(\nabla T_f)_0 + 6A\frac{a^3}{X^5}(\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{x})^2(\nabla T_f)_0 + \\ +3A^2\frac{a^6}{X^8}(\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{x})^2(\nabla T_f)_0 + 2ABE^2\frac{a^6}{X^6}(\nabla T_f)_0 - 6ABE_0^2\frac{a^6}{X^8}((\nabla T_f)_0\cdot\mathbf{x})\mathbf{x} - \\ -A^2BE^2\frac{a^9}{X^9}(\nabla T_f)_0 + 3A^2BE_0^2\frac{a^9}{X^{11}}((\nabla T_f)_0\cdot\mathbf{x})\mathbf{x} - 6AB\frac{a^6}{X^8}(\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{x})^2(\nabla T_f)_0 - \\ -18AB\frac{a^6}{X^{10}}(\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{x})^2((\nabla T_f)_0\cdot\mathbf{x})\mathbf{x} - 3A^2B\frac{a^9}{X^{11}}(\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{x})^2(\nabla T_f)_0 - \\ -9A^2B\frac{a^9}{X^{13}}(\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{x})^2((\nabla T_f)_0\cdot\mathbf{x})\mathbf{x}].\end{gathered}$$

Зная силу, действующую на единицу объема жидкости, необходимо найти решение гидродинамических уравнений. Однако полученное выражение для силы $\mathbf{f}$ достаточно сложное в плане функциональной зависимости от переменной X. Но поскольку уравнения линейные, то общее решение полученных линейных уравнений гидродинамики жидкости можно представить в виде суммы из четырех решений, когда в выражении для силы $\mathbf{f}$ берутся только слагаемые пропорциональные A, A^2, AB и A^2B, соответственно. Нахождение соответствующих решений гидродинамических уравнений в каждом из четырех случаях представляет собой, вообще говоря, не тривиальную задачу. Для нахождении искомых решений использовались методы, разработанные в работах [12, 13]. Необходимо отметить, что

Рассмотрим первое решение, когда в выражении для силы берутся слагаемые, пропорциональные A:

$$\mathbf{f} = -G[-2AE_0^2\frac{a^3}{X^3}(\nabla T_f)_0 + 6A\frac{a^3}{X^5}(\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{x})^2(\nabla T_f)_0].$$

Метод решения уравнений гидродинамики в этом случае разработан в работе [12]. Берем операцию div от обеих частей уравнения для скорости и получаем уравнение для давления:

$$\Delta p = -\frac{1}{4\pi} Q_{ijk} L_{ijk}, \quad Q_{ijk} = A E_i E_j (\nabla_k T_f)_0 a^3.$$

Здесь L_{ijk} – мультироль, вычисляемый по правилу

$$L_{ijk...s} = \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_k} \cdots \frac{\partial}{\partial x_s} \left(\frac{1}{X} \right).$$

Частное решение уравнения для давления имеет следующий вид:

$$p = \frac{1}{4\pi} Q_{ijk} L_{ijk} X^2.$$

Решение однородного уравнения представляются в виде мультиполей с неизвестными тензорными коэффициентами. Подставляя полученное выражение для давления в уравнение для скорости, получаем уравнение аналогичного вида, что и давления, в котором правая часть представляется через мультиполя. Подробное изложение процедуры нахождения решение такого рода уравнений приведено в работе [12]. Для нахождения решения гидродинамической задачи для составляющих силы пропорциональных A^2, AB и $A^2 B$ соответственно, этот метод не подходит, так как в этих случаях мультипольное разложение не дает необходимую степенную зависимость от X. В этих случаях используется метод, изложенный в работе [13]. В настоящей работе, в виду сложности получения решений гидродинамических уравнений и громоздкости полученных выражений, подробные выкладки не приводятся.

3. Анализ возможного перемещения частицы в неоднородно нагретой жидкости во внешнем электрическом поле

Рассмотрим перемещение частицы в неоднородно нагретой жидкости во внешнем электрическом поле. Силы, действующие на частицу со стороны жидкости и поля, определяются следующим образом

$$F_i^{(h)} = \oint [-p\delta_{ij} + \eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)] n_j ds, \quad F_i^{(e)} = \frac{1}{4\pi} \oint (\varepsilon_f E_{fi} E_{fj} - \varepsilon_f \frac{E_f^2}{2} \delta_{ij}) n_j ds.$$

Общий вид выражения для суммы сил $\mathbf{F^{(h)}} + \mathbf{F^{(e)}}$ в случае произвольного внешнего электрического поля записывается следующим образом:

$$\mathbf{F}^{(h)} + \mathbf{F}^{(e)} = -6\pi\eta a \mathbf{V}_0 + K E^2 \nabla \varepsilon_f + L \varepsilon_f \nabla E^2 + M(\mathbf{E} \cdot \nabla \varepsilon_f)\mathbf{E}.$$

Учитывая найденные решения для распределения скорости, давления, температуры и потенциала электрического поля в жидкости вокруг частицы и подставляя их в выражение для сил, действующих на частицу, после вычислений получим следующий вид:

$$\mathbf{F}^{(h)} + \mathbf{F}^{(e)} = -6\pi\eta a \mathbf{V}_0 + \frac{4\pi a^3}{3} [((K_1 - L_1)A + (K_2 - L_2)A^2 + (K_3 - L_3)AB +$$
$$+ (K_4 - L_4)A^2 B) H_0^2 \nabla T_{f0} + (M_1 A + M_2 A^2 + M_3 AB + M_4 A^2 B)(\mathbf{H}_0 \cdot \nabla T_{f0})\mathbf{H}_0].$$

Здесь безразмерные коэффициенты K_i, L_i, M_i $(i = \overline{1,4})$ получаются в результате вычислений и определяются решениями уравнений гидродинамики и магнитного поля.

Приравнивая сумму сил к нулю, получаем выражение для скорости перемещения частицы $\mathbf{V}_0$. Как видно из приведенных выше выражений, скорость перемещения зависит от величины вектора напряженности магнитного поля $\mathbf{E}_0$ и его ориентации относительно градиента температуры ∇T_{f0}. При ориентации вектора напряженности магнитного поля вдоль или перпендикулярно градиента температуры скорость частицы достигает, соответственно, максимального или минимального значения. Кроме того, в зависимости от относительных значений намагниченности и температуропроводности жидкости и частицы значения параметров A и B могут иметь как положительные, так и отрицательные значения. Это означает, что направление скорости, а, следовательно, и перемещения частицы может происходить как по вектору градиента температуры, так и против него. Увеличение напряженности $\mathbf{E}_0$ приложенного электрического поля увеличивает скорость перемещения частицы при любой его ориентации относительно градиента температуры. Таким образом, электрическое поле может быть использовано для управления перемещением частицы в неоднородно нагретой жидкости.

Поскольку модели, описывающие перемещение частицы в неоднородно нагретой поляризующейся или намагничивающейся жидкости в электрическом или магнитном полях, имеют аналогичный вид уравнений, а, следовательно, и аналогичные решения, то полученные выше результаты для электрического поля, справедливы и для случая магнитного поля.

Работа проводилась при финансовой поддержке РФФИ, проект № 18-41-860002 р-а.

Литература

1. Де Гроот, С.Р. Неравновесная термодинамика / С.Р. де Гроот, П. Мазур. – М.: Мир, 1964.
2. Баканов, С.П. Теория термофореза больших твердых аэрозольных частиц / С.П. Баканов, Б.В. Дерягин // Доклады Академии наук СССР. – 1962. – Т. 147, № 1. – С. 139–142.
3. Volker, T. Thermodiffusion in Magnetic Fluids / T. Volker, E. Blumsb, S. Odenbacha // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2002. – № 252. – P. 218–220.
4. Volker, T. The Influence of a Uniform Magnetic Field on the Soret Coefficient of Magnetic Nanoparticles / T. Volker, S. Odenbach // Physics of Fluids. – 2003. – № 15. – P. 2198.
5. Lange, A. Magnetic Soret Effect: Application of the Ferrofluid Dynamics Theory / A. Lange // Physical Review Journals. – 2004. – № 70. – Article ID: 046308. – 14 p.
6. Sprenger, L. Thermodiffusion in Ferrofluids Regarding Thermomagnetic Convection / L. Sprenger, A. Lange, S. Odenbach // Comptes Rendus Mecanique. – 2013. – № 341. – P. 429–437.
7. Блум, Э.Я. О термофорезе частиц в намагничивающихся суспензиях / Э.Я. Блум // Магнитная гидродинамика. – 1979. – № 1. – С. 23–27.
8. Мартынов, С.И. Движение частиц в неоднородно нагретой намагничивающейся или поляризующейся жидкости / С.И. Мартынов, В.А. Налетова, Г.А. Тиминин // Современные проблемы электрогидродинамики. – М.: МГУ, 1984. – С. 133–144.

9. Барышников, А.А. Исследование и разработка технологии увеличения нефтеотдачи за счет вытеснения с применением электромагнитного поля: дис. ... канд. физ.-мат. наук / А.А. Барышников. – Великий Новгород, 2014.

10. Vissers, T. Band Formation in Mixtures of Oppositely Charged Colloids Driven by an ac Electric Field / T. Vissers, A. van Blaaderen, A. Imhof // Physical Review Letters. – 2011. – № 106. – Article ID: 228303. – 4 p.

11. Xiang-Zhong Chen. Recent Developments in Magnetically Driven Micro- and Nanorobots / Xiang-Zhong Chen, M. Hoop, F. Mushtaq, E. Siringil, Chengzhi Hu, B.J. Nelson, S. Pane // Applied Materials Today. – 2017. – V. 9. – P. 37–48.

12. Мартынов, С.И. Гидродинамическое взаимодействие частиц / С.И. Мартынов // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 1998. – № 2. – С. 112–119.

13. Коновалова, Н.И. Моделирование динамики частиц в быстропеременном потоке вязкой жидкости / Н.И. Коновалова, С.И. Мартынов // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2012. – Т. 52, № 12. – С. 1–13.

Сергей Иванович Мартынов, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Сургутский государственный университет (г. Сургут, Российская Федерация), martynovsi@mail.ru.

Поступила в редакцию 19 августа 2020 г.

MSC 76D07, 76D09, 76D17 **DOI: 10.14529/mmp210104**

ON THE FORCE ACTING ON PARTICLES IN AN INHOMOGENEOUSLY HEATED POLARIZING LIQUID

S.I. Martynov, Surgut State University, Surgut, Russian Federation,
martynovsi@mail.ru

The formulation of the problem and the method of its solution for determining the force acting on particles in a non-uniformly heated polarizable liquid, both from the side of the liquid itself and from the applied external electric field, are considered. It is assumed that the dielectric constant of a liquid depends on temperature, the coefficients of thermal diffusivity of particles and liquid are different, and the temperature distribution does not depend on the motion of the liquid, which corresponds to small Peclet numbers. The dynamics of a fluid is considered in the approximation of small Reynolds numbers, taking into account the volume force acting on it from the side of the electric field in the presence of a temperature gradient. The solution to the problem is sought in the linear approximation with the specified temperature gradients and the applied external electric field. A general expression for the force acting on particles in such a liquid is obtained and a qualitative analysis of their dynamics as a result of the cross action of the temperature gradient and the electric field is carried out.

Keywords: temperature gradient; polarizable liquid; particles; electric field; interaction force.

References

1. De Groot S.R., Marur P. *Nonequilibrium Thermodynamics*. Amsterdam, NorthHolland, 1962.
2. Bakanov S.P., Deryagin B.V. [Theory of Thermophoresis of Large Solid Aerosol Particles]. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 1962, vol. 147, no. 1, pp. 139–142. (in Russian)
3. Volker T., Blumsb E., Odenbacha S. Thermodiffusion in Magnetic Fluids. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2002, no. 252, pp. 218–220. DOI: 10.1016/S0304-8853(02)00728-X
4. Volker T., Odenbach S. The Influence of a Uniform Magnetic Field on the Soret Coefficient of Magnetic Nanoparticles. *Physics of Fluids*, 2003, no. 15, p. 2198. DOI: 10.1063/1.1584435
5. Lange A. Magnetic Soret Effect: Application of the Ferrofluid Dynamics Theory. *Physical Review Journals*, 2004, no. 70, p. 046308. DOI: 10.1103/PhysRevE.70.046308
6. Sprenger L., Lange A., Odenbach S. Thermodiffusion in Ferrofluids Regarding Thermomagnetic Convection. *Comptes Rendus Mecanique*, 2013, no. 341, pp. 429–437. DOI: 10.1016/j.crme.2013.02.005
7. Bloom E.Ya. On the Thermophoresis of Particles in Magnetizable Suspensions. *Magnetohydrodynamics*, 1979, no. 1, pp. 23–27. DOI: 10.1017/S006869050000338X
8. Martynov S.I., Naletova V.A., Timinin G.A. Particle Movement in a Nonuniformly Heated Magnetized or Polarized Liquid. *Modern Problems of Electrohydrodynamics*. Moscow, Moscow State University, 1984, pp. 133–144. (in Russian)
9. Baryshnikov A.A. *Research and Development of Technology for Enhanced Oil Recovery Through Displacement using an Electromagnetic Field*. PhD Thesis, Tyumen, 2014. (in Russian)
10. Vissers T., van Blaaderen A., Imhof A. Band Formation in Mixtures of Oppositely Charged Colloids Driven by an ac Electric Field. *Physical Review Letters*, 2011, no. 106, article ID: 228303, 4 p. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.228303.
11. Xiang-Zhong Chen, Hoop M., Mushtaq F., Siringil E., Chengzhi Hu, Nelson B.J., Pane S. Recent Developments in Magnetically Driven Micro- and Nanorobots. *Applied Materials Today*, 2017, vol. 9, pp. 37–48. DOI: 10.1016/j.apmt.2017.04.006
12. Martynov S.I. Hydrodynamic Interaction of Particles. *Fluid Dynamic*, 1998, no. 33, pp. 245–251. DOI: 10.1007/BF02698709.
13. Konovalova N.I., Martynov S.I. Simulation of Particle Dynamics in a Rapidly Varying Viscous Flow. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2012, vol. 52, no. 12, pp. 2247–2259. DOI: 10.1016/j.apmt.2017.04.006

Received August 19, 2020