УДК 519.63+532.529.5 DOI: 10.14529/mmp150203

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА КРУПНЫХ ЧАСТИЦ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕЧЕНИЙ ГАЗОВЗВЕСЕЙ

Д.С. Грищенко, Ю.М. Ковалев, Е.А. Ковалева

В данной работе приводится модификация метода крупных частиц в приложении к исследованиям течений газовзвесей. Показано, что предложенная модификация метода крупных частиц позволяет проводить расчеты поведения ударных волн в газовзвесях без введения в явном виде искусственной вязкости. Это позволило избежать искажения физической картины течения газовзвеси, связанной с наличием осцилляций, имеющих место при распространении ударных волн в неоднородных средах. В данной работе было установлено, что для проведения расчетов распространения ударных волн в газовзвесях с большими числами Куранта может быть использована явная модификация метода крупных частиц. Это позволило значительно сократить время расчета задачи и избежать проведения сложных итерационных процедур, присущих неявным разностным схемам. Было показано, что предложенная в данной работе модификация метода крупных частиц является эффективной и позволяет проводить расчеты даже сильных ударных волн в газовзвесях.

Ключевые слова: численный метод; математическая модель; газовзвесь; законы сохранения; ударные волны; число Куранта.

Введение

Отсутствие в природе чистых веществ требует активного развития математических моделей многокомпонентных сред, достоверно описывающих физические процессы, применяемые в различных отраслях науки и техники, с одной стороны. С другой стороны, развитие вычислительной техники позволяет получать решения для новых [1], все более сложных математических моделей многокомпонентных сред. Более того, есть такие проблемы, когда математическое моделирование является единственным средством предварительного изучения явлений (например, [2]). Адекватность математических моделей многокомпонентных сред физическим процессам предъявляет достаточно жесткие требования к математическим моделям: с одной стороны, уравнения сохранения должны быть инвариантны относительно преобразования Галилея [3], с другой стороны, должны выполняться законы сохранения для смеси [4]. В работах [1, 5] было показано, каким образом можно выполнить оба эти условия.

Несмотря на наличие большого числа вычислительных пакетов и увеличение быстродействия вычислительной техники, разработка эффективных численных методов и в настоящее время является актуальной задачей. Успешное решение многочисленных задач газовой динамики и аэродинамики методом крупным частиц [6] и его модификациями [7] позволяет надеяться на то, что идеология метода может быть применена и для решения задач распространения ударных волн в газовзвесях. Поэтому целью данной работы является разработка модификации метода крупных частиц, которая позволит эффективно решать проблемы, связанные с течением газовзвесей.

1. Математическая модель газовзвеси

Рассмотрим одномерный плоский случай математической модели течения газа с твердыми частицами (аэровзвесь), которая описывается системой уравнений сохранения [5]. Данная система уравнений двухфазной аэровзвеси [5] без химических превращений имеет следующий вид

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial x} = 0, \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial x} = 0, \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n v_2}{\partial x} = 0, \tag{1.1}$$

$$\rho_1 \frac{d_1 v_1}{dt} = -\alpha_1 \frac{\partial p}{\partial x} - nf, \rho_2 \frac{d_2 v_2}{dt} = -\alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} + nf, \tag{1.2}$$

$$\rho_1 \frac{d_1 e_1}{dt} = \frac{p\alpha_1}{\rho_1^\circ} \frac{d_1 \rho_1^\circ}{dt} + nf(v_1 - v_2) - nq, \tag{1.3}$$

$$\rho_2 \frac{d_2 e_2}{dt} = \frac{p\alpha_2}{\rho_2^\circ} \frac{d_2 \rho_2^\circ}{dt} + nq, \tag{1.4}$$

$$p = p_1(\rho_1^\circ, T_1) = p_2(\rho_2^\circ, T_2), e_1 = e_1(\rho_1^\circ, T_1), e_2 = e_2(\rho_2^\circ, T_2),$$

$$\rho_1 = \rho_1^\circ \alpha_1, \rho_2 = \rho_2^\circ \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2 = 1, E_i = e_i + \frac{v_i^2}{2}(i = 1, 2), \tag{1.5}$$

$$f = \pi d^2 \rho_1^\circ C_d (v_1 - v_2)|v_1 - v_2|/8, q = \pi d \lambda_1 Nu(T_1 - T_2). \tag{1.6}$$

Система уравнений (1.1) – (1.6) замыкается уравнениями состояния газовой фазы и частиц

$$e_1 = c_{v_1}(T_1 - T_0) + C_0, e_1 = \frac{p}{(k-1)\rho_1^\circ}, e_2 = c_2(T_2 - T_0). \tag{1.7}$$

Здесь индексы 1, 2 относятся соответственно к газу и частицам; $\rho_i^\circ, \alpha_i (i = 1, 2)$ – истинные плотности и объемные содержания фаз; $\rho_i, v_i, T_i, e_i, E_i$ – парциальная плотность, скорость, температура, внутренняя и полная энергия i-й фазы; p – давление, n – число частиц в единице объема смеси; c_{v_1} и c_2 – теплоемкости фаз: C_0 – постоянная для нормирования внутренней энергии газовой фазы: λ_1 – теплопроводность газовой фазы; R_1 – универсальная газовая постоянная; C_d и Nu – коэффициент трения и число Нуссельта, определяемые числами Рейнольдса (Re) и Прандтля (Pr) относительного движения фаз соответственно: k – показатель адиабаты Пуассона; d - диаметр частиц.

Уравнения (1.1) – уравнения неразрывности газа и частиц и уравнение сохранения числа частиц в единице объема смеси; (1.2) – уравнения импульса газа и частиц; (1.3) и (1.4) – уравнения сохранения внутренней энергии газа и частиц соответственно; (1.6) - уравнения, определяющие члены теплового (q) и силового (f) взаимодействия между фазами: (1.7) – уравнения состояния фаз.

Для того, чтобы воспользоваться идеологией метода крупных частиц, необходимо привести уравнения (1.2) – (1.4) к дивергентному виду и получить уравнения кинетической энергии газовой фазы и частиц.

Умножая уравнение сохранения импульса газовой фазы на v_1, а уравнение сохранения импульса конденсированной фазы на v_2, получим уравнения сохранения кинетической энергии газа и частиц соответственно

$$v_1 [\frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1^2}{\partial x}] = -v_1 \alpha_1 \frac{\partial p}{\partial x} - nfv_1,$$

$$v_2 [\frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2^2}{\partial x}] = -v_2 \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} - nfv_2,$$

которые после простых преобразований принимают следующий вид

$$\frac{\partial \rho_1 \frac{v_1^2}{2}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1 \frac{v_1^2}{2}}{\partial x} = -\alpha_1 v_1 \frac{\partial p}{\partial x} - nfv_1, \tag{1.8}$$

$$\frac{\partial\rho_2\frac{v_2^2}{2}}{\partial t}+\frac{\partial\rho_2 v_2\frac{v_2^2}{2}}{\partial x}=-\alpha_2 v_2\frac{\partial p}{\partial x}-nfv_2. \tag{1.9}$$

Преобразуем левые части уравнений сохранения внутренней энергии газа (1.3) и частиц (1.4) к дивергентному виду. С учетом равенств (1.1) они могут быть представлены в виде

$$\frac{\partial\rho_1 e_1}{\partial t}+\frac{\partial\rho_1 e_1 v_1}{\partial x}=\frac{p\alpha_1}{\rho_1^\circ}\frac{d_1\rho_1^\circ}{\partial t}+nf(v_1-v_2)-nq, \tag{1.10}$$

$$\frac{\partial\rho_2 e_2}{\partial t}+\frac{\partial\rho_2 e_2 v_2}{\partial x}=\frac{p\alpha_2}{\rho_2^\circ}\frac{d_2\rho_2^\circ}{\partial t}+nq. \tag{1.11}$$

Из уравнений неразрывности газовой и конденсированной фаз (1.1) легко получить следующие равенства

$$\alpha_1\frac{d_1\rho_1^\circ}{dt}=-\rho_1^\circ(\frac{\partial\alpha_1}{\partial t}+\frac{\partial\alpha_1 v_1}{\partial x}),$$

$$\alpha_2\frac{d_2\rho_2^\circ}{dt}=-\rho_2^\circ(\frac{\partial\alpha_2}{\partial t}+\frac{\partial\alpha_2 v_2}{\partial x}).$$

Подставляя данные выражения в уравнения (1.10) и (1.11) соответственно, получим

$$\frac{\partial\rho_1 e_1}{\partial t}+\frac{\partial\rho_1 e_1 v_1}{\partial x}=-p(\frac{\partial\alpha_1}{\partial t}+\frac{\partial\alpha_1 v_1}{\partial x})+nf(v_1-v_2)-nq, \tag{1.12}$$

$$\frac{\partial\rho_2 e_2}{\partial t}+\frac{\partial\rho_2 e_2 v_2}{\partial x}=-p(\frac{\partial\alpha_2}{\partial t}+\frac{\partial\alpha_2 v_2}{\partial x})+nq. \tag{1.13}$$

В случае несжимаемости конденсированной фазы уравнения сохранения внутренней энергии газовой (1.3) и конденсированной (1.4) фаз, легко преобразуются к виду

$$\frac{\partial\rho_1 e_1}{\partial t}+\frac{\partial\rho_1 e_1 v_1}{\partial x}=-p(\frac{\partial\alpha_1 v_1}{\partial x}+\frac{\partial\alpha_2 v_2}{\partial x})+nf(v_1-v_2)-nq, \tag{1.14}$$

$$\frac{\partial\rho_2 e_2}{\partial t}+\frac{\partial\rho_2 e_2 v_2}{\partial x}=nq. \tag{1.15}$$

Для получения уравнения сохранения полной энергии смеси просуммируем левые и правые части уравнений (1.8), (1.9), (1.14), (1.15). В результате получим уравнение сохранения полной энергии смеси в виде

$$\frac{\partial(\rho_1 E_1+\rho_2 E_2)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}[\rho_1 v_1 E_1+\rho_2 v_2 E_2+(\alpha_1 v_1+\alpha_2 v_2)p]=0. \tag{1.16}$$

Система уравнений (1.1), (1.2),(1.5) – (1.7), (1.14) – (1.16) представляет собой замкнутую систему уравнений для описания течений газовзвесей, инвариантную относительно преобразования Галилея.

2. Модификация метода крупных частиц для расчета течений газовзвеси

В соответствии с идеологией метода крупных частиц [6] систему законов сохранения газовзвеси (1.1), (1.2), (1.5) – (1.7), (1.14) – (1.16) на эйлеровом этапе можно представить следующим образом

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t}=0,\frac{\partial\rho_2}{\partial t}=0,\frac{\partial n}{\partial t}=0, \tag{2.1}$$

$$\rho_1\frac{\partial v_1}{\partial t}=-\alpha_1\frac{\partial p}{\partial x}-nf,\rho_2\frac{\partial v_2}{\partial t}=-\alpha_2\frac{\partial p}{\partial x}+nf, \tag{2.2}$$

$$\rho_1\frac{\partial e_1}{\partial t} = -p(\frac{\partial\alpha_1 v_1}{\partial x} + \frac{\partial\alpha_2 v_2}{\partial x}) + nf(v_1 - v_2) - nq, \tag{2.3}$$

$$\rho_2\frac{\partial e_2}{\partial t} = nq, \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial(\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2)p] = 0. \tag{2.5}$$

Учитывая несжимаемость конденсированной фазы $\rho_2^\circ = const$, запишем уравнения (2.1), (2.3), (2.5) в более удобном для представления на эйлеровом этапе виде

$$\alpha_1\frac{\partial\rho_1^\circ}{\partial t} = 0, \rho_2^\circ\frac{\partial\alpha_2}{\partial t} = 0, \frac{\partial n}{\partial t} = 0, \rho_1^\circ\frac{\partial\alpha_1}{\partial t} = 0 \tag{2.6}$$

$$\rho_1\frac{\partial e_1}{\partial t} = -p(\alpha_1\frac{\partial v_1}{\partial x} + \alpha_2\frac{\partial v_2}{\partial x}) + nf(v_1 - v_2) - nq, \tag{2.7}$$

$$\rho_1\frac{\partial E_1}{\partial t} + \rho_2\frac{\partial E_2}{\partial t} + \alpha_1\frac{\partial(v_1 p)}{\partial x} + \alpha_2\frac{\partial(v_2 p)}{\partial x} = 0. \tag{2.8}$$

Подставляя уравнение состояния газовой фазы (1,7) в уравнение (2.7) получим следующее базовое соотношение для определения давления на эйлеровом этапе

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{k-1}{\alpha_1}p(\alpha_1\frac{\partial v_1}{\partial x} + \alpha_2\frac{\partial v_2}{\partial x}) + \frac{k-1}{\alpha_1}(nf(v_1 - v_2) - nq). \tag{2.9}$$

Используя явные разностные представления для равенства (2.9), легко получить выражения для определения предварительных значений давления на новом $m+1$ временном слое на границах $i-1/2$ и $i+1/2$ для ячеек $i-1$, i и $i+1$

$$\tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} = \frac{p_{i+1}^m + p_i^m}{2}(1 - \frac{(k-1)}{\alpha_{1,i+1/2}^m}(\alpha_{1,i+1/2}^m(v_{1,i+1}^m - v_{1,i}^m) + \alpha_{2,i+1/2}^m(v_{2,i+1}^m - v_{2,i}^m))\frac{\Delta t}{\Delta x})-$$

$$-\frac{(k-1)}{\alpha_{1,i+1/2}^m}(n_{i+1/2}^m q_{i+1/2}^m)\Delta t + \frac{(k-1)}{\alpha_{1,i+1/2}^n}(n_{i+1/2}^m f_{i+1/2}^m(v_{1,i+1/2}^m - v_{2,i+1/2}^m)\Delta t). \tag{2.10}$$

Здесь Δt – шаг по времени, Δx – шаг по пространству. Полученные значения давления используются для определения промежуточных величин скоростей на эйлеровом этапе:

$$\tilde{v}_{1,i}^{m+1} = v_{1,i}^m - \frac{1}{\rho_{1,i}^{\circ m}}(\tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1})\frac{\Delta t}{\Delta x} - \frac{n_i^m}{\rho_{1,i}^m}f_i^m\Delta t, \tag{2.11}$$

$$\tilde{v}_{2,i}^{m+1} = v_{2,i}^m - \frac{1}{\rho_{2,i}^{\circ m}}(\tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1})\frac{\Delta t}{\Delta x} - \frac{n_i^m}{\rho_{2,i}^m}f_i^m\Delta t. \tag{2.12}$$

Для получения промежуточных значений скоростей газовой и конденсированной фаз можно использовать еще одну модификацию эйлерова этапа метода крупных частиц, связанную с частично неявной аппроксимацией силы межфазного взаимодействия. В этом случае равенства (2.11) и (2.12) можно представить в виде

$$\tilde{v}_{1,i}^{m+1} = v_{1,i}^m - \frac{1}{\rho_{1,i}^{\circ m}}(\tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1})\frac{\Delta t}{\Delta x} - \frac{n_i^m}{\rho_{1,i}^m}(\pi d^2\rho_1^\circ C_d|v_1 - v_2|/8)_i^m(\tilde{v}_{1,i}^{m+1} - v_{2,i}^m)\Delta t$$

$$\tilde{v}_{2,i}^{m+1} = v_{2,i}^m - \frac{1}{\rho_{2,i}^{\circ m}}(\tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1})\frac{\Delta t}{\Delta x} + \frac{n_i^m}{\rho_{2,i}^m}(\pi d^2\rho_1^\circ C_d|v_1 - v_2|/8)_i^m(v_{1,i}^m - \tilde{v}_{2,i}^{m+1})\Delta t.$$

Из полученных уравнений промежуточные значения скоростей легко определяются в явном виде

$$\tilde{v}_{1,i}^{m+1} = (v_{1,i}^m - \frac{1}{\rho_{1,i}^{\circ m}}(\tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1})\frac{\Delta t}{\Delta x} + \\ + \frac{n_i^m}{\rho_{1,i}^m}(\pi d^2 \rho_1^\circ C_d |v_1 - v_2|/8)_i^m v_{2,i}^m \Delta t)/(1 + \frac{n_i^m}{\rho_{1,i}^m}(\pi d^2 \rho_1^\circ C_d |v_1 - v_2|/8)_i^m \Delta t), \tag{2.11$'$}$$

$$\tilde{v}_{2,i}^{m+1} = (v_{2,i}^m - \tfrac{1}{\rho_{2,i}^{\circ m}}(\tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1})\frac{\Delta t}{\Delta x} + \\ + \frac{n_i^m}{\rho_{2,i}^m}(\pi d^2 \rho_1^\circ C_d |v_1 - v_2|/8)_i^m v_{1,i}^m \Delta t)/(1 + \frac{n_i^m}{\rho_{2,i}^m}(\pi d^2 \rho_1^\circ C_d |v_1 - v_2|/8)_i^m \Delta t). \tag{2.12$'$}$$

Промежуточные значения скоростей конденсированной и газовой фаз на границах ячеек определяются как средние арифметические от их значений в двух соседних ячейках

$$\tilde{v}_{1,i+1/2}^{m+1} = (\tilde{v}_{1,i}^{m+1} + \tilde{v}_{1,i+1}^{m+1})/2, \tilde{v}_{2,i+1/2}^{m+1} = (\tilde{v}_{2,i}^{m+1} + \tilde{v}_{2,i+1}^{m+1})/2. \tag{2.13}$$

Теперь можно определить промежуточные значения внутренней энергии конденсированной фазы

$$\tilde{e}_{2,i}^{m+1} = e_{2,i}^m + \frac{1}{\rho_{2,i}^m} n_i^m q_i^m \Delta t \tag{2.14}$$

и полной энергии смеси

$$\rho_{1,i}^m \tilde{E}_{1,i}^{m+1} + \rho_{2,i}^m \tilde{E}_{2,i}^{m+1} = \rho_{1,i}^m E_{1,i}^m + \rho_{2,i}^m E_{2,i}^m - (\alpha_{1,i+1/2}^n \tilde{v}_{1,i+1/2}^{m+1} \tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \\ \alpha_{1,i-1/2}^n \tilde{v}_{1,i-1/2}^{m+1} \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1})\frac{\Delta t}{\Delta x} - (\alpha_{2,i+1/2}^n \tilde{v}_{2,i+1/2}^{m+1} \tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \alpha_{2,i-1/2}^n \tilde{v}_{2,i-1/2}^{m+1} \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1})\frac{\Delta t}{\Delta x}. \tag{2.15}$$

На этапе Лагранжа и заключительном этапе метода крупных частиц для каждой фазы были использованы формулы, приведенные в монографии О.М. Белоцерковского и Ю.М. Давыдова [6].

Заключение

1. Тестирование предложенной модификации метода крупных частиц проводилось на решении задач о распространении ударных волн в «замороженной» газовзвеси [8] и в облаке газовзвеси [9].

2. Было показано, что применение на этапе Эйлера уравнений (2.10) – (2.15) более эффективно, чем применение метода крупных частиц [6] и модификации метода [10], при решении задач о распространении ударных волн в «замороженной» газовзвеси [8] и в облаке газовзвеси [9].

3. Применение на этапе Эйлера уравнений (2.11)' и (2.12) позволяет проводить расчеты задач [8, 9] при больших значениях числа Куранта.

Авторы выражают свою благодарность профессору В.Ф. Куропатенко за полезные обсуждения и интерес к работе.

Работа выполнена при поддержке РФФИ грант № 13 – 01 – 00072.

Литература

1. Куропатенко, В.Ф. Новые модели механики сплошных сред / В.Ф. Куропатенко // Инженерно-физический журнал. – 2011. – Т. 84, № 1. – С. 74–92.
2. Гришин, А.М. Об усилении ударных волн при их взаимодействии с фронтом лесного пожара / А.М. Гришин, Ю.М. Ковалев // Доклады Академии наук. – 1990. – Т. 312, № 1. – С. 50–54.

3. Ковалев, Ю.М. Математическая модель газовзвеси с химическими превращениями в приближении парных взаимодействий / Ю.М. Ковалев, Е.Е. Пигасов // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2014. – Т. 7, № 3. – С. 40–49.
4. Ковалев, Ю.М. Математический анализ уравнений сохранения двухфазных смесей / Ю.М. Ковалев, Е.А. Ковалева // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2014. – Т. 7, № 2. – С. 29–37.
5. Ковалев, Ю.М. Анализ возможности применения некоторых численных методов для решения задач механики многокомпонентных сред / Ю.М. Ковалев, Е.А. Ковалева // Вестник ЮУрГУ. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2014. – Т. 14, № 1. – С. 57–62.
6. Белоцерковский, О.М. Метод крупных частиц в газовой динамике / О.М. Белоцерковский, Ю.М. Давыдов. – М.: Наука, 1982. – 392 с.
7. Гришин, Ю.А. Новые схемы метода крупных частиц и использование их для оптимизации газовоздушных трактов двигателей / Ю.А. Гришин // Математическое моделирование. – 2002. – Т. 14, № 8. – С. 51–55
8. Кругликов, Б.С. Ослабление воздушных ударных волн экранирующими решетками / Б.С. Кругликов, А.Г. Кутушев // Физика горения и взрыва. – 1988. – № 1. – С. 115–117.
9. Кругликов, Б.С. Ослабление воздушных ударных волн слоями запыленного газа и решетками / Б.С. Кругликов, А.Г. Кутушев // Прикладная механика и техническая физика. – 1988. – № 1. – С. 51–57.
10. Ивандаев, А.И. Численное исследование нестационарных волновых течений газовзвесей с выделением границ двухфазных областей и контактных разрывов в несущем газе / А.И. Ивандаев, А.Г. Кутушев // Численные методы в механике сплошных сред. – 1983. – Т. 14, № 6. – С. 47–60.

Дмитрий Сергеевич Грищенко, аспирант, кафедра «Вычислительная механика сплошных сред», Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск, Российская Федерация), grishenko_dmitri@mail.ru.

Юрий Михайлович Ковалев, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Вычислительная механика сплошных сред», Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск, Российская Федерация), yum_kov@mail.ru.

Елена Адамовна Ковалева, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра «Математические методы в экономике», Челябинский государственный университет (г. Челябинск, Российская Федерация), ea_kov@mail.ru.

Поступила в редакцию 26 января 2015 г.

MSC 76N15 **DOI: 10.14529/mmp150203**

Modification of Method of Large Particles for Research of Currents of Gas-Suspensions

D.S. Grishchenko, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, grishenko_dmitri@mail.ru***,***
Yu.M. Kovalev, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, yum_kov@mail.ru***,***
E.A. Kovaleva, Chelyabinsk State University, Chelyabinsk, Russian Federation, ea_kov@mail.ru

In this work a modification of the large particles method is given applications the study gas-suspensions flows. It is shown that the proposed modification of the large particles method allows to carry out calculations of behavior of shock waves in gas-suspensions without insertion of artificial viscosity in an explicit form. It allows to avoid distortion of a physical picture of the gas-suspension flow connected with existence of the ostsillyation taking place at distribution of shock waves in non-homogeneous medium. In this work it was established that for carrying out of calculations of distribution of shock waves in gas-suspensions with large Courant the problem numbers an explicit modification of a large particles method can be used. It allow to reduce time of calculation of the problem and to avoid carrying out difficult iterative procedures inherent in implicit difference schemes. It was shown that the modification of large particles method offered in this work is effective and allows to carry out calculations for even strong shock waves in gas-suspensions.

Keywords: numerical method; mathematical model; gas-suspensions; conservation laws; shock waves; Courant number.

References

1. Kuropatenko V.F. New Models of Continuum Mechanics. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2011, vol. 84, no. 1, pp. 77–99. DOI: 10.1007/s10891-011-0457-0
2. Grishin A.M., Kovalev Yu.M. About Strengthening of Shock Waves at Their Interaction with the Front of Forest Fire. *Doklady Akademii nauk*, 1990, vol. 312, no. 1, pp. 50–54. (in Russian)
3. Kovalev Yu.M., Pigasov E.E. Mathematical Model of a Gas-Suspension with Chemical Transformations in Approach of Pair Interactions. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2014, vol. 7, no. 3, pp. 40–49. DOI: 10.14529/mmp140304 (in Russian)
4. Kovalev Yu.M., Kovaleva E.A. A Mathematical Study of the Conservation Equation for Two-Phase. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2014, vol. 7, no. 2, pp. 29–37. DOI: 10.14529/mmp140202 (in Russian)
5. Kovalev Yu.M., Kovaleva E.A. The Analysis of Some Numerical Methods Application for the Solvation of Multicomponents Media Mechanics. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computer Technologies, Automatic Control & Radioelectronics*, 2014, vol. 14, no. 1, pp. 57–62. (in Russian)
6. Belotserkovskiy O.M., Davydov Yu.M. *Metod krupnykh chastits v gazovoy dinamike* [Method of Large Particles in Gas Dynamics]. Moscow, Nauka, 1982. 392 p.
7. Grishin Yu.A. New Schemes of a Method of Large Particles and Their Use for Optimization of Air-Gas Paths of Engines. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Models and Computer Simulations], 2002, vol. 14, no. 8, pp. 51–55. (in Russian)
8. Kruglikov B.S., Kutushev A.G. Attenuation of Shock Waves by Shielding Grids. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 1988, vol. 24, no. 1, pp. 106–109. DOI: 10.1007/BF00749083
9. Kruglikov B.S., Kutushev A.G. Attenuation of Air Shock Waves by Layers of Dusty Gas and Lattices. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1988, vol. 29, no. 1, pp. 48–53. DOI: 10.1007/BF00909690
10. Ivandaev A.I., Kutushev A.G. Numerical Research of non-Stationary Wave Currents of Gas-Suspensions with Allocation of Borders of Two-Phase Areas and Contact Gaps in the Bearing Gas. *Numerical Methods in Mechanics of Continuous Environments*, 1983, vol. 14, no. 6, pp. 47–60. (in Russian)

Received January 26, 2015